

University of Northern Iowa ILL



ILLiad TN: 16256

**Borrower: SVZ**

**Lending String:**

EXW,FER,GAS,GDC,\*NIU,ABF,PGP,COX,CWU,M  
ZF,DNO,AFU,MNN,EVI,VXZ

**Patron:**

**Journal Title:** The collected papers of Albert  
Einstein VOL 5, 6, 7, COPIES SEE PAGES (patron  
aversa)

**Volume:** five, six, seven **Issue:**

**Month/Year: Pages:** VOL 5; 280,281,511,577;  
VOL 6;

**Article Author:**

**Article Title:**

**Imprint:** Princeton, N.J. ; Princeton University P

**ILL Number: 127666790**



**Call #: QC16.E5 A2 1987 v.5-7**

**Location: UNI Stacks AVAILABLE**

**We send our documents electronically  
using Odyssey. ILLiad libraries can enable  
Odyssey for receiving documents  
seamlessly. Non-ILLiad libraries can  
download Odyssey stand alone for FREE.  
Check it out at:**

**<http://www.atlas-sys.com/Odyssey.html>**

**Charge**

**Maxcost: 0.00**

**Shipping Address:**

Sierra Vista Public Library  
Interlibrary Loan Services  
2600 East Tacoma  
Sierra Vista, AZ 85635

**Fax:**

**Ariel:**

**Email:** Debra.Chatham@SierraVistaAZ.gov

Nach *Ostwald* kann das *Avogadro*sche Gesetz, das von *Faraday* (Elektrolyse) ungefähr so ausgedrückt werden, daß wenn man solche Massen der verschiedenen Stoffe nimmt, die im Verhältnis der Verbindungsgewichte stehen (der Extensfaktoren der chem. Energie), die Werte, die für die <Kapazitäts>Extensfaktoren der andern Energien (Volum, Elektrizitätsmenge) erhalten werden im Verhältnis einfacher Zahlen stehen. Aus der Tatsache der Konstanz der Eigenschaften der reinen Stoffe folger[te] *Dalton* unter der Annahme der Atomstruktur sein Gesetz der Verbindungsgewichte.<sup>[3]</sup> *Helmholtz* folgerte aus dem *Faradayschen* Gesetz, daß bei Annahme der Atomstruktur für gewöhnliche Materie, eine solche auch für die Elektrizitätsmenge berechtigt sei—das spätere *Elektron* wurde so geboren.<sup>[4]</sup>

Wenn nun jene von *Ostwald* nachgewiesene Beziehung auch für andere Energien gilt, so ist auch für diese Kapazitätsfaktoren eine atomistische Struktur begründet.

Bei der *thermischen* gibt es keine exakte Beziehung, nur angenäherte wie die *Dulong Petitsche* Regel, die [*B-----* -----sche] Regel und dementsprechend ist auch kein „*Thermon*“ bisher anerkannt. Dagegen erscheinen die Tatsachen der Radioaktivität durch diese *Extergonen*hypothese [*Extensitäts*faktor der *Energie*]<sup>[5]</sup> im neuen Lichte Die Strahlteilchen sind verschiedene Arten von „*Radionen*“. Wie steht es nun mit der *strahlenden Energie*. Nach meinem Empfinden könnte die *Schwingungszahl*  $\nu$  als Intensitätsfaktor betrachtet werden. Dann erscheint es verständlich, daß, kurzwelliges Licht demnach wirksamer, als langwelliges, daß die Gesch[win]digkeit lichtelektrisch erzeugter Kathodenstrahlen von der Intensität des Lichts unabhängig ist, daß es hoher Temperaturen bedarf, damit sich durch die Körper emittierte Strahlung kurzwellige Bestandteile enthalten weil kurzwelliges Licht in diesem Sinne Licht hoher Intensität ist. Im Sinne dieser Betrachtung ist ein der *Stokesschen* Regel<sup>[6]</sup> entsprechender fluoreszierender Stoff eine Maschine, die Licht höherer Intensität in solches von niedrigerer umwandelt. Als Extensitätsfaktor erscheint eine Größe von der Dimension [ $M L^2 T^{-1}$ ]<sup>[7]</sup> für die ich den Namen „*Chronergie*“ vorschlagen wollte) (aus *Chronos*  $\times$  *Energie*[]). Das elementare Wirkungsquantum  $h$ , das *Chronergon* oder auch „*Photon*“ würde das entsprechende Atom sein.

Indem ich Sie höflichst ersuche, zu diesen Ausführungen, ganz skizzenhaft dargelegt, Stellung nehmen zu wollen, zeichne ich hochachtungsvoll

Richard Swinne  
Technische Hochschule  
physik. chem. Labor.

ADfTS (Günther Klinge, Munich). [20 627]. There is a perforation for a loose-leaf binder at the left margin of the document.

<sup>[1]</sup>Swinne (1885–1939) was *Assistent* at the Technical University of Riga.

<sup>[2]</sup>The lecture was delivered eight days later (see *Riga Korrespondenzblatt 1911*, pp. 56–57).

<sup>[3]</sup>See, for instance, Wilhelm Ostwald's discussion of the work of John Dalton (1825–1889) and of Avogadro's law in *Ostwald 1891*, chaps. 1.1 and 2.3, respectively, and his discussion of Faraday's law in *Ostwald 1893*, chaps. 2.1 and 2.3.

<sup>[4]</sup>Hermann von Helmholtz (1821–1894); see *Helmholtz 1881*.

<sup>[5]</sup>The square brackets are in the original.

<sup>[6]</sup>See Doc. 163 for a formulation of Stokes's law.

<sup>[7]</sup>The square brackets are in the original.

## 254. To Hendrik A. Lorentz

Zürich. 15. II. 11.

Hoch geehrter Herr Prof. Lorentz!

Nun sitze ich wieder hier in meiner Klausur, erfüllt von der schönsten Erinnerung an die wunderschönen Tage, die ich in Ihrer Nähe zubringen durfte. Ich danke Ihnen und Ihrer hoch geehrten Familie<sup>[1]</sup> von ganzem Herzen dafür, dass Sie uns beide mit so viel Herzlichkeit aufgenommen haben.<sup>[2]</sup> Es strahlt von Ihnen so viel Güte und Menschenfreundlichkeit aus, dass während meines Aufenthaltes bei Ihnen nicht einmal die quälende Überzeugung sich entwickeln konnte, dass mir so viel Güte und Auszeichnung unverdient zuteil wird. Hoffentlich hat sich Ihre geehrte Frau Gemahlin längst wieder erholt von den allzugrossen Anstrengungen, die sie sich leider unseretwegen auferlegt hat; ich bitte Sie, mich von Ihrem Wohlergehen durch eine kurze Notiz auf einer Postkarte zu benachrichtigen.

Nicht minder danke ich Ihnen für die bedeutenden wissenschaftlichen Anregungen, die Sie mir haben zuteil werden lassen. Am wunderbarsten erschien mir die Überlegung, an der Sie mich Samstag Abend teilnehmen liessen, als bereits alle Physiker wieder fort waren. Sehr bedeutsam war auch, was ich von [He]rrn Kamerlingh Onnes und von Herrn Keesom gehört habe.<sup>[3]</sup> Hoch wichtig scheinen die Beziehungen zwischen elektrischer Leitfähigkeit und Temperatur werden zu wollen.<sup>[4]</sup> Wenn nur nicht immer die Schwierigkeit hereinkäme, dass man nicht weiss, ob man die Aenderung der elektrischen Leitfähigkeit hauptsächlich auf Aenderung der Zahl oder auf Aenderung der freien Weglänge der Elektronen oder auf beides zurückführen soll. Aber ich hoffe zuversichtlich, dass es Euch bald gelingen wird, die Schwierigkeiten zu überwinden.

grössten Vorteile wäre und nach der persönlichen Seite wohl mit gewisser Aussicht auf Erfolg versucht werden könnte. Obwohl ich nicht so weit gegangen bin Herrn Einstein davon irgend eine Kenntniss zu geben, habe ich doch ermittelt, dass er ganz in seine Forschungen versenkt gerne auf das grosse Colleg verzichten würde, das er pflichtgemäss liest.<sup>[3]</sup> Ich habe mich ferner überzeugt dass er keine grundsätzlichen Bedenken gegen Berlin hat. Eine Einladung, die Herr Warburg früher an ihn gerichtet hat, in die Reichsanstalt einzutreten,<sup>[4]</sup> hat er allerdings abgelehnt, aber gerade die Gründe die ihn dazu bestimmten lassen mich hoffen, dass er einer Einladung unseres Stiftungsrates<sup>[5]</sup> nicht principiell widerstreben würde. Der Gedanke diesen Mann zu gewinnen ist zwischen Herrn Geh. Rat Koppel und mir erörtert worden.<sup>[6]</sup> Er ist auch wie Ihnen sicherlich in Erinnerung ist von Herrn Director Schmidt mit Interesse [a]ufgenommen worden. Herr Director Schmidt hat zutreffend bemerkt, dass die Begründung eines Institutes für ihn entbehrlich erscheint, weil er kein Experimentator ist.<sup>[7]</sup> Grade dieser Umstand macht es auf der anderen Seite leicht ihn in ein bestehendes Institut aufzunehmen. Auch ein theoretischer Physiker seiner Richtung bedarf gewisser Hilfsmittel um einen oder den anderen Gegenstand gelegentlich experimentell zu studieren oder durch Assistenten bezw Mitarbeiter studieren zu lassen. Raum und Einrichtung dafür vermöchte ich ihm im Oberstock des Kaiser Wilhelm Instituts für physikalische Chemie zu gewähren, ohne die sonstige Thätigkeit des Instituts zu schädigen. Herr Geh. Rat Koppel war grundsätzlich geneigt die Gewinnung Einsteins zu fördern. Für mich ist bestimmend dass die Entwicklung der theoretischen Chemie welche seit Helmholtz Tagen erfolgreich bestrebt gewesen ist unter der Führung von van 't Hoff die Leistungen der Wärmelehre sich zu eigen zu machen, dieses Ziel im wesentlichen erreicht hat und nunmehr die Strahlungslehre und die Elektromechanik ihren Aufgaben [d]ienstbar zu machen erstrebt.<sup>[8]</sup> Diese Fundamentalaufgabe kann durch den Zutritt des Herrn Einstein zu unserem Institutskreise in unvergleichlicher Weise gefördert werden. Es ist ein ganz seltener Zufall, dass ein solcher Mann nicht nur vorhanden ist, sondern seine Jahre (34) und Lebensumstände der V[er]pflanzung günstig sind und dass sein Character und seine sonstigen Eigenschaften mir die feste Zuversicht auf ein gedeihliches Verhältnis geben. Es scheint mir, was die äusseren Bedingungen anlangt, dass für einen ordentl. Prof. an der Techn. Hochschule in Zürich das Willstättersche Vorbild zu nahe gelegen ist, als dass man in den Anerbietungen an Herrn Einstein wesentlich davon abweichen könnte, was man Willstätter eingeräumt hat. Was Herr Willstätter bezieht weiß ich nicht genau.<sup>[9]</sup> Aber Herr Beckmann hat mir gelegent-

Stelt men  $\frac{\omega}{T} = x$ , schrijft men verder den exponent als  $-T\phi(x)$ , dan wordt de gemiddelde energie

$$\bar{E} = \frac{1}{2} T^2 \frac{\int_0^{\infty} x^2 e^{-T\phi(x)} dx}{\int_0^{\infty} e^{-T\phi(x)} dx}.$$

Differentiatie naar  $T$  geeft de soortelijke warmte. Voorzoover ik kan nagaan heeft echter de kromme, die deze als functie van  $T$  voorstelt, voor  $T = 0$  eene verticale raaklijn, terwijl de metingen van Eucken voor de s.w. van waterstof die raaklijn horizontaal verlangen.

Dit is de uitkomst, die ik natuurlijk gaarne wel anders zou gehad hebben.—

Veel over de gravitatie-theorie hebben wij nog niet gesproken, maar dat zal langzamerhand wel aan de beurt komen, denk ik. Einstein sprak mij van zijn plan, om, als hij in het a.s. voorjaar, in Berlijn aangekomen, allen tijd voor zichzelf zal hebben, naar Haarlem te reizen om uw oordeel en kritiek op zijne theorie te hooren, waar hem veel aan gelegen zou zijn.

Met Dr. Stern schiet ik goed op. Trouwens ook met de andere physici hier zal het best lukken, denk ik. Ik tracht maar aan het werk te blijven, wat mij soms lukt, soms ook niet. Er staan vele boeken voor mij op tafel, die ik beslist door wil werken, maar die nog steeds wachten. De tijd gaat snel! Het is al haast weer Kerstmis!

Naar ik hoop is in Haarlem alles goed en wel en maken u en Mevrouw en Ru het best. Wilt u hen mijne oprechte groeten overbrengen?

Maar nu zal ik niet langer van uwen tijd vergen. Ik teeken, na eerbiedige groeten, geheel de uwe,

A. D. Fokker

ALS (NeHR, Archief H. A. Lorentz). [76 200].

#### TRANSLATION

Zürich, Bolleystrasze 48 I 4 December 1913

Dear Professor,

Now that it has been about a month since I set foot on Swiss soil, I believe the time has come to send you some report about my experiences.— Before doing so I wish to add a word of thanks along with the articles by Helmholtz and Schuster,<sup>[1]</sup> which

haupt verloren. So ist es schwer, und auch gar nicht so wesentlich, die Fragen zu beantworten: „Was hat Mach gelehrt, was gegenüber Bacon und Hume prinzipiell neu wäre?“ „Was unterscheidet ihn wesentlich von Stuart Mill, Kirchhoff, Hertz, Helmholtz, was den allgemein erkenntnistheoretischen Standpunkt gegenüber den Einzelwissenschaften anlangt?“ Tatsache ist, daß Mach durch seine historisch-kritischen Schriften, in denen er das Werden der Einzelwissenschaften mit so viel Liebe verfolgt und den einzelnen auf dem Gebiete bahnbrechenden Forschern bis ins Innere ihres Gehirnstübchens nachspürt, einen großen Einfluß auf unsere Generation von Naturforschern gehabt hat. Ich glaube sogar, daß diejenigen, welche sich für Gegner Machs halten, kaum wissen, wieviel von Machscher Betrachtungsweise sie sozusagen mit der Muttermilch eingesogen haben.

[2] Nach Mach ist Wissenschaft nichts anderes, als Vergleichung und Ordnung der uns tatsächlich gegebenen Bewußtseinsinhalte nach gewissen, von uns allmählich ertasteten Gesichtspunkten und Methoden. Physik und Psychologie unterscheiden sich also voneinander nicht in dem Gegenstande, sondern nur in den Gesichtspunkten der Anordnung und Verknüpfung des Stoffes. Als seine wichtigste Aufgabe scheint es Mach vorgeschwebt zu sein, an den von ihm beherrschten Einzelwissenschaften darzutun, wie sich diese Ordnung im einzelnen vollzogen hat. Als Resultate der Ordnungstätigkeit ergeben sich die abstrakten Begriffe und die Gesetze (Regeln) ihrer Verknüpfung. Beide werden so gewählt, daß sie zusammen ein ordnendes Schema bilden, in welches sich die zu ordnenden Gegebenheiten sicher und übersichtlich einreihen lassen. Begriffe haben nach dem Gesagten nur Sinn, sofern die Dinge aufgezeigt werden können, auf die sie sich beziehen, sowie die Gesichtspunkte, gemäß welchen sie diesen Dinge zugeordnet sind (Analyse der Begriffe).

Die Bedeutung solcher Geister, wie Mach, liegt nun keineswegs nur darin, daß sie gewisse philosophische Bedürfnisse der Zeit befriedigen, die der eingefleischte Fachwissenschaftler als Luxus bezeichnen mag. Begriffe, welche sich bei der Ordnung der Dinge als nützlich erwiesen haben, erlangen über uns leicht eine solche Autorität, daß wir ihres irdischen Ursprungs vergessen und sie als unabänderliche Gegebenheiten hinnehmen. Sie werden dann zu „Denknotwendigkeiten“, „Gegebenen a priori“ usw. gestempelt. Der Weg des wissenschaftlichen Fortschrittes wird durch solche Irrtümer oft für lange Zeit ungangbar gemacht. Es ist deshalb durchaus keine müßige Spielerei, wenn wir darin geübt werden, die längst geläufigen

Begriffe zu analysieren und zu zeigen, von welchen Umständen ihre Berechtigung und Brauchbarkeit abhängt, wie sie im einzelnen aus den Gegebenheiten der Erfahrung herausgewachsen sind. Dadurch wird ihre allzu große Autorität gebrochen. Sie werden entfernt, wenn sie sich nicht ordentlich legitimieren können, korrigiert, wenn ihre Zuordnung zu den gegebenen Dingen allzu nachlässig war, durch andere ersetzt, wenn sie ein neues System aufstellen läßt, das wir aus irgendwelchen Gründen vorziehen.

Derartige Analysen erscheinen dem Fachwissenschaftler, dessen Blick mehr auf das Einzelne gerichtet ist, meist überflüssig, gespreizt, zuweilen gar lächerlich. Die Situation ändert sich aber, wenn einer der gewohnheitsmäßig benutzten Begriffe durch einen schärferen ersetzt werden soll, weil es die Entwicklung der betreffenden Wissenschaft erheischt. Dann erheben diejenigen, welche den eigenen Begriffen gegenüber nicht reinlich verfahren sind, energischen Protest und klagen über revolutionäre Bedrohung der heiligsten Güter. In dies Geschrei mischen sich dann die Stimmen derjenigen Philosophen, welche jenen Begriff nicht entbehren zu können glauben, weil sie ihn in ihr Schatzkästlein des „Absoluten“ des „a priori“ oder kurz derart eingeriht hatten, daß sie dessen prinzipielle Unabänderlichkeit proklamiert hatten.

Der Leser errät schon, daß ich hier vorzugsweise auf gewisse Begriffe der Lehre von Raum und Zeit, sowie der Mechanik anspiele, welche durch die Relativitätstheorie eine Modifikation erfahren haben. Niemand kann es den Erkenntnistheoretikern nehmen, daß sie der Entwicklung hier die Wege geebnet haben; von mir selbst weiß ich mindestens, daß ich insbesondere durch Hume und Mach direkt und indirekt sehr gefördert worden bin. Ich bitte den Leser, Machs Werk: „Die Mechanik in ihrer Entwicklung“ [3] in die Hand zu nehmen und die unter 6. und 7. im zweiten Kapitel gegebenen Betrachtungen („Newtons Ansichten über Zeit, Raum und Bewegung“ und „Übersichtliche Kritik der Newtonschen Aufstellungen“). Dort finden sich Gedanken meisterhaft dargelegt, die noch keineswegs Gemeingut der Physiker geworden sind. Diese Partien sind noch deshalb besonders anziehend, weil sie an wörtlich zitierte Stellen Newtons anknüpfen. Hier einige Rosinen:

Newton: „Die absolute, wahre und mathematische Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen Dauer belegt.“

„Die relative, scheinbare und gewöhnliche Zeit ist ein fühlbares und äußerliches, entweder

[72] sowie einzelne Sterne des Sternsystems nach den Unendlichen fortwandern, ohne jemals wiederzukehren und ohne je wieder mit anderen Naturobjekten in Wechselwirkung zu kommen. Die Welt der im Endlichen zusammengeballten Materie müßte so allmählich systematisch verarmen.

Um diesen Konsequenzen zu entgehen, hat Seeliger das Newtonsche Gesetz dahin modifiziert, daß er die Anziehung zweier Massen bei großen Distanzen stärker als nach dem Gesetz  $\frac{1}{r^2}$  abnehmen läßt. Dadurch wird erzielt, daß die mittlere Dichte der Materie allenthalben bis ins Unendliche konstant sein kann, ohne daß unendlich große Gravitationsfelder entstehen. Man kommt so von der unsympathischen Vorstellung los, daß die materielle Welt eine Art Mittelpunkt besitzen müsse. Freilich erkauft man diese Befreiung aus den geschilderten prinzipiellen Nöten durch eine weder aus der Erfahrung noch theoretisch begründbare Modifikation und Komplizierung des Newtonschen Gesetzes. Beliebig viele denkbare Gesetze leisten das gleiche, ohne daß man einen Grund dafür angeben könnte, daß eines von ihnen vor den anderen zu bevorzugen wäre; denn so wenig als das Newtonsche Gesetz ist eines jener Gesetze in allgemeineren theoretischen Prinzipien begründet.

### § 31. Die Möglichkeit einer endlichen und doch nicht begrenzten Welt.

Die Spekulationen über den Bau der Welt bewegten sich aber auch noch nach einer ganz anderen Richtung. Die Entwicklung der nichteuklidischen Geometrie führte nämlich zu der Erkenntnis, daß man an der Unendlichkeit unseres Raumes zweifeln kann, ohne mit den Denkgesetzen oder mit der Erfahrung in Kollision zu geraten (Riemann, Helmholtz). Diese Dinge sind von Helmholtz und Poincaré bereits mit unübertrefflicher Durchsichtigkeit ausführlich klar-

[74] gestellt worden, während ich sie hier nur kurz berühren kann.

Heft 44.]  
2. II. 1917]

Mitteilungen aus verschiedenen Gebieten.

675

talls) und dem Gesetz der Unabhängigkeit der Beweglichkeit der positiven Ionen von Konzentration und zerstäubten Salz geführt haben. Nur in kurzem Hinweis wird die Frage nach der Lichtemission der Flammen mit Salzdämpfen behandelt, in welcher heute die Hypothese der Lichtemission beim Zusammenstoß freier, neutraler Metallatome am meisten Wahrscheinlichkeit hat.

Auch die Flammenleitung ist ein noch in voller Entwicklung befindliches Gebiet. Dieser Entwicklung bestimmte Wege auf Grund des umfangreichen schon vorliegenden Materiales vorgezeichnet zu haben, kann als Charakteristikum der Marxschen Monographie bezeichnet werden. Dabei ist besonders die rein physikalische Darstellung aller Theorien hervorzuheben.

Als ganzes betrachtet ist auch der 4. Band des Handbuches in hervorragendem Maße geeignet, die Entwicklung der Radiologie zu fördern, die Erfassung des großen Gebietes zu erleichtern.

W. Gerlach, Göttingen.

[1] **Helmholtz, H. v., Zwei Vorträge über Goethe.** Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn, 1917. 64 S. Preis M. 2,—.

In einem Büchlein (64 S.) hat *W. König* bei *Vieweg* zwei Vorträge herausgegeben, die *Helmholtz* in den Jahren 1853 und 1892 gehalten hat. In dem ersten Vortrage sucht *Helmholtz Goethes* Forschungsweise allgemein zu charakterisieren als ein intuitives Ordnen des durch Erfahrung Gegebenen unter Ablehnung abstrakter Begriffssysteme. Durch diese Einstellung seines Geistes und durch seinen sicheren Blick war *Goethe* befähigt, der vergleichenden Anatomie der Tiere und Pflanzen neue Wege zu weisen; so wurde er einer der erfolgreichsten Vorgänger *Darwins*. Dieselbe Einstellung des Geistes brachte es aber mit sich, daß er den Begriffssystemen der Physik ablehnend gegenüberstand. So erklärt *Helmholtz Goethes* leidenschaftliche Polemik gegen *Newtons* physikalische Theorie der Farben. *Goethe* habe die Theorie als solche ablehnen müssen, ohne sich genötigt zu fühlen, eine Widerlegung der Theorie durch Vergleiche ihrer einzelnen Konsequenzen mit der Erfahrung zu versuchen.

Der zweite Vortrag wird von jedem mit Entzücken gelesen werden, der an wissenschaftlicher Weltbetrachtung Freude haben kann. Da zeigt der alte *Helmholtz* am Ende seines im Kampfe um wissenschaftliche Einsicht hingebrachten Lebens, wie sich *Goethe* in seinem Weltbilde ausnimmt. *Helmholtz'* Stellung zur Erkenntnistheorie, im besonderen auch zu *Kant*, kommt wunderbar klar zum Ausdruck. Lieber Leser! Resümiert wäre profaniert. Selber lesen!

A. Einstein, Berlin.

### Mitteilungen aus verschiedenen Gebieten.

**Kriegsseife.** Von Dr. *Kühl*, Altona. (*Öffentliche Gesundheitspflege*, 2. Jahrg., 3. Heft, S. 137.) Der Verfasser erörtert zum Verständnis der nachfolgenden Ausführungen, was Seife ist und wie sie wirkt. Die Seifen werden erhalten durch Kochen von tierischen oder pflanzlichen Fetten bzw. von aus ihnen gewonnenen Fettsäuren mit Kali- oder Natronlauge. Man unterscheidet dementsprechend Kali- oder Natronseifen, sie stellen die fettsauren Salze der betreffenden Alkalimetalle dar. Die Wirkung der Seife beruht darauf, daß diese Salze hydrolytisch in saure, fettsaure und

basisch fettsaure Salze gespalten werden; erstere nehmen die Schmutzstoffe auf, letztere bilden mit überschüssigem Wasser eine Emulsion, welche sie entfernt. Die Seifen lösen sich in weichem, kohlenensäure- und mineralsalzarmem Wasser auf, nicht aber in einem Wasser, welches Kalk- und Magnesiumsalze oder große Mengen Kohlenensäure enthält. Die genannten Mineralsalze setzen sich mit den die Seife bildenden fettsauren Alkalisalzen chemisch um und es werden als Folge der Umsetzung unlösliche Kalk- und Magnesiumsalze gebildet, welche keine reinigende Wirkung besitzen. Der Mangel an Fett zwang die Regierung, den Seifenverbrauch zu regeln, dem Wucher mit Seifenersatzmitteln zu steuern und Verordnungen (vom 6. Januar 1916 und 21. Juli 1916) herauszugeben. Das Verbot, tierische und pflanzliche Fette zu technischen Zwecken zu verwenden, hatte zur Folge, daß zahlreiche neue Ersatzstoffe auf den Markt gelangten. Zahlreiche Firmen brachten Tonseifen in Verkehr, die bestenfalls aus reinem Ton bestanden, oft nur aus Lehm oder Ziegelton. Die ungeheuren Preise solcher Stoffe veranlaßten die Regierung zu einer Verordnung vom 5. Oktober 1916, der zufolge die Bezeichnung „Seife“, auch im Zusammenhang mit dem Worte „Ersatz“, für alle fettlosen Wasch- und Reinigungsmittel untersagt und Preise für Tonwaschmittel festgesetzt wurden. — Um ohne Verwendung von Seife schäumende Waschmittel herzustellen, wurden auch künstliche Schaummittel benutzt. So das *Saponin*, welches sich in der Quillayarinde findet, ferner *Roßkastanienmehl*, das auch Saponin enthält. Alle *Waschmittel*, welche dem freien Verkehr überlassen sind, dürfen keine aus pflanzlichen oder tierischen Fetten bereitete Seife enthalten. Solche, welche Seife enthalten, sind die *eigentlichen Kriegsseifen* und tragen den Aufdruck K. A.-Seife bzw. K. A.-Seifenpulver. Ein recht glücklicher Gedanke ist die Aufschließung fetthaltiger, aber nicht mehr industriell verwertbarer *Abfälle* durch Laugen, weil die so hergestellten Waschmittel infolge ihres Seifengehaltes schäumen. Einen breiten Raum nehmen noch immer die *Tonwaschmittel* ein. Manche Fabrikanten glaubten, dem natürlichen, Sand enthaltenden Lehm noch künstlich solchen beimischen zu müssen, in der falschen Meinung, die reinigende Wirkung des Sandes sei auf dieselbe Ursache zurückzuführen, wie beim Ton. Bei diesem ist sie eine Oberflächenwirkung. Die kleinen Tonpartikelchen adsorbieren kleine organische und anorganische Stoffteilchen. Je feiner der Ton ist, um so mehr reinigt er infolge der größeren Oberfläche. Die größte Oberfläche besitzt der *kolloidale* Ton. Im lufttrockenen Zustande zeigt der Ton noch keine reine Kolloideigenschaften, behandelt man ihn mit Wasser, so treten mehr oder weniger die charakteristischen Eigenschaften der Kolloide hervor. Soll Ton für Waschzwecke benutzt werden, so ist erforderlich, daß er möglichst viel kolloide Substanz enthält. Dann wird er auch mit dem zu reinigenden Gegenstand in innigste Berührung kommen. Nur reiner Ton ist zur Herstellung von Waschmitteln geeignet. Auch Mergel, Ziegelton und Lehm enthalten Kolloidsubstanz. Das in beiden letzten befindliche Eisenoxyd befindet sich auch zum Teil im kolloidalen Zustande. Ziegelton und Lehm sind aber wegen ihres Eisengehaltes zur Herstellung von Waschmitteln unverwendbar. Ebenso ungünstig wirkt in ihnen enthaltener Kalk. Kleine Mengen Ammoniak vermehren die Kolloidsubstanz der Tone. So bestand ein vom Verfasser untersuchter Schmierseifenersatz im wesentlichen aus einem ammoniakhaltigen Toubrei. Ein anderer Schmier-



superficial,<sup>114</sup> and that he had no intention of answering the charges. Nor did anyone else immediately refute Gehrcke's allegations in Germany's most prestigious physics journal. The following year, Gehrcke persisted by republishing Gerber's lengthier analysis of planetary perihelia in the same journal (*Gerber 1902*).

Gehrcke took a traditional stance with respect to optics, promoting a modified version of Stokes's approach to the ether, in which fast-moving bodies such as the earth completely drag along the ether.<sup>115</sup> He tried to salvage Stokes's earlier theory while polemicizing against relativity.<sup>116</sup> He continued to promote his ideas on ether physics in *Gehrcke 1918*, which led to Einstein's brief and critical response in *Einstein 1918I* (Doc. 15).<sup>117</sup>

### III

Gehrcke's resurrection of Gerber's work encouraged Philipp Lenard to unveil his own independent version of an ether-based gravitational theory in a paper submitted to Johannes Stark's *Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik*.<sup>118</sup> As Lenard wrote to Stark on 16 July 1917, his work was intended (1) to support the claims for an ether theory, (2) to do the same for Gerber's results, (3) to locate the Achilles' heel of the principle of general relativity, and (4) to give an account of gravitation based on the ether.<sup>119</sup> A few months later Lenard's equanimity was shaken after reading the criticism of Gerber's work leveled by Max von Laue and Hugo von Seeliger.<sup>120</sup> Lenard withheld publication in order to revise his manuscript and later resubmitted a paper in which he toned down his praise for Gerber.<sup>121</sup>

Lenard's main aim in *Lenard 1918* was to demonstrate that the principle of general relativity could not be upheld, and that a theory of gravitation based on ether physics offered a more plausible alternative. He also criticized one of Einstein's best-known thought experiments, in which relativistic effects inside a moving train car illustrate the equivalence principle (*Einstein 1917a* [Vol. 6, Doc. 42], pp. 464–466). One imagines that the train suddenly brakes, causing objects within it to be thrown about. According to Einstein's theory, the passengers inside the car are not entitled to conclude that these effects are necessarily due to a change in the train's state of motion. Such an assertion would be tantamount to regard-

<sup>114</sup>“Geschmacklosen und oberflächlichen Angriffe Gehrkes.” Einstein to Wilhelm Wien, 17 October 1916 (Vol. 8, Doc. 267). Wilhelm Wien (1864–1928) was Professor of Physics at the University of Würzburg.

<sup>115</sup>*Stokes 1845*. For historical discussion, see *Whittaker 1951–53*, Vol. 1, pp. 386–387.

<sup>116</sup>*Drude 1912*, pp. 470–476.

<sup>117</sup>Commenting earlier and in private also on Lenard's conception of ether physics in *Lenard 1910*, Einstein called it “abstruse Aetherer” and “almost infantile” (“fast infantil”; Einstein to Jakob Laub, 27 August 1910 [Vol. 5, Doc. 224]).

<sup>118</sup>The manuscript was published in a revised form as *Lenard 1918*. Johannes Stark (1874–1957) was then Professor of Physics at the University of Greifswald.

<sup>119</sup>See *Kleinert and Schönbeck 1978*, p. 323.

<sup>120</sup>*Laue 1917*, *Seeliger 1918*. Laue had been a supporter of the theory of relativity, but Seeliger had shown no such leanings. Laue pointed out that Gerber drew on Wilhelm Weber's treatment of electromagnetic forces based on action at a distance. This model, however, was inconsistent with Gerber's claim that gravitational forces propagated with the speed of light rather than instantaneously.

<sup>121</sup>Philipp Lenard to Johannes Stark, 16 July 1917; 20 October 1917; 9 February 1918 (quoted in *Kleinert and Schönbeck 1978*, pp. 323–324).

Published in *Berliner Tageblatt*, 25 December 1919, Morning Edition, Supplement 4, p. [1], as part of a set of four contributions and an introduction by the editor under the title "Deutsche Wissenschaft über den Aufbau der Welt." A typescript [5 192] is preserved. Significant departures from the typescript are noted.

<sup>[1]</sup>The other contributions are as follows: "International Cooperation" ("Internationale Arbeitsgemeinschaft") by Max Planck, "The Future Guidelines for Scientific Research" ("Die künftigen Richtlinien naturwissenschaftlicher Forschung") by Walther Nernst, and "The Nitrogen Economy" ("Die Stickstoff-Wirtschaft") by Fritz Haber (1868–1934), Director of the Kaiser Wilhelm Institute of Physical Chemistry and Electrochemistry. According to the introduction to the contributions, the *Berliner Tageblatt* had turned to Einstein, Planck, Nernst, Haber, and Johannes Stark for statements on the achievements of German science for inclusion in its Christmas issue. Haber, Planck, and Stark were selected because they had recently won the Nobel Prize; Nernst, because he had been elected a member of the Swedish Academy in 1919, and Einstein because "he too a German, charging ahead with his theory of relativity and gravitation, gave the signal for a change of our worldview" ("auch er ein Deutscher, gab mit seiner Relativitäts- und Gravitationslehre, vorstürmend die Losung zu einer Aenderung unserer Weltanschauung"; from the introduction.) Stark did not submit a statement because he was traveling.

<sup>[2]</sup>The distinction between inductive and deductive method is also discussed in *Einstein 1914k* (Vol. 6, Doc. 3).

<sup>[3]</sup>The central role of intuition in the formulation of fundamental laws is also mentioned in *Einstein 1918j* (Doc. 7), p. 31. See *Holton 1979* for a detailed discussion of Einstein's views on theory formation. Holton bases his discussion on a letter from Einstein to Maurice Solovine, 7 May 1952, TAU, Albert Einstein Collection, that bears striking similarities to the present document, although it was written more than thirty years later.

<sup>[4]</sup>Instead of "ihrer Grundlage" the typescript has "ihnen."

<sup>[5]</sup>This statement resembles Karl Popper's justification of his criterion of falsifiability. While Popper (1902–1994) quotes *Einstein 1918j* (Doc. 7) in *Popper 1935*, p. 7, he later claimed that he was unaware of the present document (Karl Popper to John Stachel, 15 March 1984, John Stachel, Boston).

<sup>[6]</sup>*Howard 1990* quotes Einstein's underdetermination remark as an indicator of Einstein's conventionalist philosophy of science, influenced by Moritz Schlick (1882–1936), *Privatdozent* in philosophy at the University of Rostock (see *Einstein 1921c* [Doc. 52], notes 13 and 15). For another remark of Einstein's about the underdetermination of theories, see Einstein to Moritz Schlick, 21 May 1917 (Vol. 8, Doc. 343).

<sup>[7]</sup>Instead of "Bevorzugung" the typescript has "Annahme."

<sup>[8]</sup>Note that Einstein does not go as far as Schlick, who claims that in this case both theories are equally true. Cf. *Schlick 1915*, p. 149: "It is therefore not a contradiction, but rests in the nature of things that under certain circumstances several theories can be true simultaneously, in that they provide a different but each in itself completely univocal designation of the facts" ("Es ist also kein Widerspruch, sondern liegt vielmehr in der Natur der Sache, daß unter Umständen mehrere Theorien zugleich wahr sein können, indem sie eine zwar verschiedene, aber doch jede für sich völlig eindeutige Bezeichnung der Tatsachen leisten"). In *Einstein 1918j* (Doc. 7), p. 31, Einstein stressed that in history one theory has always proven itself as clearly superior over its competitors. In the introduction to the appendix written in 1920 for the English edition of *Einstein 1917a* (Vol. 6, Doc. 42, pp. 84–85), Einstein quoted in a similar context Newtonian gravitational theory and general relativity as an example of two theories that are so similar in their predictions that it is difficult to decide between them on empirical grounds.

<sup>[9]</sup>The typescript breaks off after "gemeinsam sind."

ical background.

<sup>[12]</sup>Paul Gerber (1854–before 1917) was a high school teacher in Stargard, Pomerania. His formula for the precession of planetary perihelia was first published in *Gerber 1898*; Gehrcke republished Gerber's lengthier study, *Gerber 1902*, in *Annalen der Physik*. In *Gehrcke 1916*, he compared Gerber's formula with Einstein's, showing that they were identical.

<sup>[13]</sup>Gerber's derivation was based on a formalism similar to the action-at-a-distance approach adopted by Wilhelm Weber for electromagnetic forces (see *Laue 1917*). This undercut Gerber's main idea that gravitational forces propagated with the speed of light rather than instantaneously. Laue later showed that Gerber's approach was well known, going back to work that was published in the 1870s (see *Laue 1920b*). Gerber had merely introduced a factor of three without any clear reason for doing so, and this led to the "correct" quantitative result. Einstein was thus certainly justified in asserting that his derivation in *Einstein 1915h* (Vol. 6, Doc. 24) constituted the first "explanation" of the anomaly in the perihelion motion of Mercury based on first principles rather than ad hoc arguments like those advanced in *Seeliger 1906*.

Gerber's derivation was criticized in *Laue 1917*, as well as in *Seeliger 1917*. Lenard afterwards suggested that the arguments brought by Laue and Seeliger against Gerber's results were overly critical; see *Lenard 1918*, pp. 1–2, and the editorial note, "Einstein's Encounters with German Anti-Relativists," pp. 101–113.

<sup>[14]</sup>This refers to Gehrcke's charge of plagiarism in *Gehrcke 1916* and Lenard's efforts to legitimate Gerber's work in *Lenard 1918*. Einstein had informed Wilhelm Wien, co-editor of *Annalen der Physik*, that he had no intention of answering Gehrcke's charges (Einstein to Wilhelm Wien, October 17, 1916 [Vol. 8, Doc. 267]).

<sup>[15]</sup>On the English expeditions and their results, see *Einstein 1919d* (Doc. 23), notes 2–4.

<sup>[16]</sup>Gehrcke referred to work by Karl Schwarzschild and Charles E. St. John in which the predicted gravitational redshift was not detected. He failed to mention the positive findings reported in *Grebe and Bachem 1919*, *1920a*, and *1920b*, only indicating that the entire corpus of experimental results would soon be analyzed by Ludwig C. Glaser. Indeed, on 2 September Glaser was the only speaker at the second (and last) evening of anti-relativity lectures hosted by Weyland's organization at the Philharmonic Hall. Glaser's critique was directed mainly at the work of Leonhard Ch. Grebe and Albert J. Bachem, but not that of Alfred Perot. Perot (1863–1925) was Professor of Physics at the École Polytechnique, Paris. On his contribution before the present document to measuring the gravitational redshift, see *Perot 1920a* and *1920b*. It was Arnold Berliner who called Einstein's attention to Perot's new results (Arnold Berliner to Einstein, 19 August 1920). For further discussion, see *Hentschel 1992*, and *1998*, pp. 227–229, 514–535.

<sup>[17]</sup>These discussions took place at the meeting of the Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte in Bad Nauheim on 23 September 1920 (see *Einstein et al. 1920* [Doc. 46]).

<sup>[18]</sup>For reactions from abroad, see Hendrik A. Lorentz to Einstein, 3 September 1920; Paul Ehrenfest to Einstein, 28 August 1920 and 2 September 1920; Einstein to Paul Ehrenfest, before 10 September 1920.

Published by Julius Springer (Berlin, 1921). The document is composed of two parts. The first part (until the final paragraph of p. 13) was presented on 27 January 1921 and published on 3 February 1921 in *Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften* (Berlin). *Sitzungsberichte* (1921): 123–130. The second part was added for the separate publication by Springer. Manuscripts are available for both parts. The manuscript for the first part [1 011] consists of eight numbered pages; that for the second part [1 012], written on the verso of a typewritten “technical explanation” (“Technische Erläuterung”) of an electrically powered dirigible by an unknown author, consists of six pages numbered from 10 to 15 in an unknown hand. The first part of the text was republished with minor stylistic changes in *Einstein 1934a*, pp. 119–127. Significant variations between the manuscripts and the published text are noted.

<sup>[1]</sup>The modern axiomatic method was introduced in *Hilbert 1899*. In his analysis of the foundations of geometry, Hilbert stressed the strict separation of geometric axioms from their intuitive content and an explicit formulation of valid rules of deduction.

<sup>[2]</sup>In the manuscript, “inhaltlichen und” is deleted before “sachlichen,” and “bzw.” is written instead of “oder.”

<sup>[3]</sup>The manuscript has “streng genommen” deleted and replaced by “gemäß der Axiomatik.”

<sup>[4]</sup>The manuscript has “der Vernunft” deleted and replaced by “einem Vermögen des menschlichen Geistes.”

<sup>[5]</sup>*Schlick 1918*, pp. 30–37. Moritz Schlick refers to Hilbert’s axiomatic method (see note 1) in this passage. For Einstein’s reading of *Schlick 1918*, see Einstein to Moritz Schlick, 17 October 1919: “Tomorrow I will leave for a two-week trip to Holland and I have taken as my only reading your [book on] epistemology. This as proof of how much I enjoy reading it” (“Morgen fahre ich nach Holland für zwei Wochen und habe als einzige Lektüre Ihre Erkenntnistheorie mitgenommen. Dies zum Beweise dafür, wie gern ich drin lese”).

<sup>[6]</sup>*Friedman 2001* points out one feature of Hilbert’s program that was attractive for Einstein: it liberated him from a concept of geometry that restricted the subject of geometry to spaces of constant curvature and allowed him to use a purely analytic concept of space as given by Riemann’s differential geometry.

<sup>[7]</sup>For earlier statements of Einstein’s views on geometry, see *Einstein 1917a* (Vol. 6, Doc. 42), pp. 1–3, and Doc. 31, [p. 29]. Especially relevant for Einstein’s concept of a practical geometry (see p. 6 of this document) is the attempt of grounding geometry in the possible motions of rigid bodies that was initiated in *Helmholtz 1868*. This led to a generalization of the Kantian concept of a pure geometry that encompassed all metric spaces of constant curvature (Euclidean, elliptic, and hyperbolic), but did not include spaces of variable curvature since they do not allow free mobility of rigid bodies. Einstein was certainly acquainted with *Helmholtz 1884* (it is mentioned in *Einstein 1917a* [Vol. 6, Doc. 42], p. 72). Helmholtz is also mentioned in *Solovine 1956*, p. viii, as one of the authors whose works on the foundation of science were read in the Olympia Academy.

See *Torretti 1978* for a history of foundational questions in geometry in the nineteenth century. A study of the relation of the present document to that tradition can be found in *Friedman 2001*.

<sup>[8]</sup>“(Erlebnisse)” is missing in the manuscript. Einstein’s definition of “Erlebnis” as the basic element of phenomenal reality and the contrast to concepts corresponds to the usage in *Schlick 1918* (e.g., pp. 118–119).

<sup>[9]</sup>In the manuscript, “Die Sicherheit ihrer Aussagen beruht” is deleted and replaced by “Ihre Aussagen beruhen.”

<sup>[10]</sup>In the manuscript, “Empirie” is deleted and replaced by “Induktion aus der Erfahrung.”

<sup>[11]</sup>The manuscript has “auf der Unfehlbarkeit” deleted before “nur auf logischen Schlüssen.”

<sup>[12]</sup>For a discussion of the problem of the rotating disk in the development of general relativity, see *Stachel 1980*. A brief account of the theoretical argument is given in Einstein to Moritz Schlick, 21 May 1917 (Vol. 8, Doc. 343).

<sup>[13]</sup>Henri Poincaré’s thesis of the conventionality of geometry that Einstein recapitulates here was formulated in *Poincaré 1902*. Poincaré, like Helmholtz, restricted geometry to spaces of constant curvature. But he especially stressed the point discussed here by Einstein (which Helmholtz already had noted in *Helmholtz 1884*, pp. 29–30) that it cannot be decided on empirical grounds which of these

spaces is the physical space. He argued that this question is decided by convention: Euclidean geometry will always be preferred on the grounds of its simplicity.

An extensive analysis of Poincaré's conventionalism can be found in *Ben-Menahem 2001*. For Poincaré's early influence on Einstein, see *Holton 1988*, pp. 202–207. See *Howard 1984* for a discussion of Schlick's conventionalism and its influence on Einstein's views on scientific methodology. *Friedman 2001* analyzes the context for Poincaré's thesis and Einstein's position toward it. He points out that unlike in Poincaré's situation, where a choice between equivalent geometries has to be made, there is no such choice in the case of Einstein's use of Riemannian geometry. Hence, Einstein did not face the same problem of underdetermination of the geometrical model that Poincaré had faced.

<sup>[14]</sup>In the manuscript, "Deutung" and "Identifizierung" are deleted and replaced by "Äquivalenz."

<sup>[15]</sup>Einstein's reading of Poincaré stresses that only complete theories, not individual theorems, can be compared with empirical evidence (holism). See *Schlick 1915*, p. 151, for a similar interpretation. *Howard 1990* argues that this reading is influenced by *Duhem 1906*. A holistic interpretation of theories can also be found in *Planck 1913*: "[A theory] normally consists of a whole series of separate theorems in combination. . . . Therefore, each conclusion of the theory results from the combination of several of its theorems. Hence, for each failure of the theory there are generally several theorems that could be held responsible, and almost always different possibilities present themselves that offer a way out of the problem" ("[Eine Theorie] besteht vielmehr in der Regel aus einer ganzen Reihe von einzelnen miteinander kombinierten Sätzen. . . . Da mithin eine jede Schlußfolgerung der Theorie aus dem Zusammenwirken von mehreren Sätzen derselben hervorgeht, so können auch für jeden Mißerfolg, zu dem die Theorie geführt hat, in der Regel mehrere Sätze verantwortlich gemacht werden, und es bieten sich fast immer verschiedene Möglichkeiten dar, um den rettenden Ausweg zu gewinnen.") See also *Fine 1986* regarding Einstein's holism.

<sup>[16]</sup>The manuscript has "fundamentale" deleted before "selbständige."

<sup>[17]</sup>Einstein might have had in mind Weyl's unified field theory in this passage, which gave up the direct connection between the spacetime metric and clocks and rigid bodies, and which he had criticized on physical grounds (*Einstein 1918g* [Doc. 8]). Einstein's ambiguous position toward Poincaré's conventionalism was mirrored by his similar stance toward the underdetermination thesis in general (see *Einstein 1919g* [Doc. 28], note 8). See also Einstein's response to Eduard Study's criticism of Poincaré in his letter to Eduard Study, 25 September 1918 (Vol. 8, Doc. 624).

<sup>[18]</sup>The manuscript has "wesentlich" deleted after "ruht."

<sup>[19]</sup>In the manuscript, this paragraph was originally marked with "a)" and followed by the deleted paragraph: "(b) Wenn zwei Strecken einer und derselben dritten gleich sind, so sind sie unter sich gleich."

<sup>[20]</sup>In the manuscript, "Voraussetzungen" is followed by the deleted passages "für deren Zutreffen in der Natur sich gewichtige Gründe aus der physikalischen Erfahrung anführen lassen. Der schärfste von diesen wollen wir Wir wollen nur ein einziges anführen."

<sup>[21]</sup>The argument for the existence of a Riemannian metric from the existence of sharp spectral lines is also used in *Einstein 1918g* (Doc. 8) against *Weyl 1918a*.

<sup>[22]</sup>After "daß wir," the manuscript has the deleted passage "die Ergebnisse der Riemann'schen Geometrie sinnvoll auf die physikalische vierdimensionale Welt übertragen können."

<sup>[23]</sup>For Einstein's attempt to apply general relativity to the exploration of the constitution of elementary particles, see *Einstein 1919a* (Doc. 17).

<sup>[24]</sup>Einstein's recurring doubts about the applicability of continuum theories to microphysics are discussed in *Stachel 1993b*.

<sup>[25]</sup>Einstein first explored the consequences of general relativity for cosmology in *Einstein 1917b* (Vol. 6, Doc. 43).

<sup>[26]</sup>See Doc. 19, note 72, for Einstein's argument that a spatially infinite universe requires a vanishing mean mass density.

<sup>[27]</sup>See the discussion of Mach's principle in *Einstein 1918e* (Doc. 4), note 5, for the reasoning behind the claim that inertia is reducible to interactions between masses only in a finite universe.

<sup>[28]</sup>A well-known example for this is Willem de Sitter; see Vol. 8, the editorial note, "The Einstein-De Sitter-Weyl-Klein Debate," pp. 351–357. See also *Einstein 1918e* (Doc. 4), note 11, for a similar remark by Einstein.

logisch Bedingtes ausspricht, erkennt man durch folgende einfache Überlegung, welche von Helmholtz herrührt: [14]

Zwischen  $n$  Punkten des Raumes gibt es  $\frac{1}{2}n(n-1)$  Abstände  $s_{\mu\nu}$ ; zwischen diesen und den  $3n$  Koordinaten bestehen die Relationen

$$s_{\mu\nu}^2 = (x_{1(\mu)} - x_{1(\nu)})^2 + (x_{2(\mu)} - x_{2(\nu)})^2 + \dots$$

Aus diesen  $\frac{n(n-1)}{2}$  Gleichungen lassen sich die  $3n$  Koordinaten eliminieren, aus welcher Elimination mindestens  $\frac{n(n-2)}{2} - 3n$  Gleichungen zwischen den  $s_{\mu\nu}$  folgen müssen<sup>1)</sup>. Da die  $s_{\mu\nu}$  meßbare Größen sind, die ihrer Definition nach voneinander unabhängig sind, brauchen diese Beziehungen zwischen den  $s_{\mu\nu}$  a priori nicht zu bestehen. [15]

Aus dem Vorhergehenden zeigt sich, daß die Transformationsgleichungen (3), (4) für die euklidische Geometrie eine fundamentale Bedeutung besitzen, indem sie den Übergang von einem kartesischen Koordinatensystem zu einem anderen beherrschen. Das kartesische Koordinatensystem zeichnet sich dadurch aus, daß sich in bezug auf jedes solche der meßbare Abstand  $s$  zweier Punkte durch die Gleichung [16]

$$s^2 = \sum \Delta x_\nu^2$$

ausdrückt. Sind  $K_{(x_\nu)}$  und  $K'_{(x'_\nu)}$  zwei kartesische Koordinatensysteme, so gilt

$$\sum \Delta x_\nu^2 = \sum \Delta x'_\nu^2.$$

Die rechte Seite ist der linken identisch gleich vermöge der zwischen  $x'$  und  $x$  bestehenden linearen orthogonalen Transformationsgleichungen, und die rechte Seite unterscheidet sich von der linken nur dadurch, daß die  $x_\nu$  durch die  $x'_\nu$  ersetzt sind. Man drückt diesen Sachverhalt durch die Aussage aus:  $\sum \Delta x_\nu^2$  ist eine Invariante bezüglich linearer orthogonaler Transformationen. Offenbar haben in der euklidischen Geometrie nur solche (und alle solche) Größen eine objektive (von der besonderen Wahl des kartesischen Systems unabhängige) Bedeutung, welche sich durch eine Invariante (bezüglich linearer orthogonaler Koordinaten) ausdrücken lassen. Hierauf beruht es, daß die Invariantentheorie, welche sich mit den Strukturgesetzen der Invarianten beschäftigt, für die analytische Geometrie von Bedeutung ist. [17]

Invariante.

Als zweites Beispiel einer geometrischen Invariante nenne ich die Größe eines Volumens. Dasselbe drückt sich in der Form aus:

$$V = \iiint dx_1 dx_2 dx_3.$$

In der Tat ist nach dem Jakobischen Transformationsätze

$$\iiint dx'_1 dx'_2 dx'_3 = \iiint \frac{\partial (x'_1, x'_2, x'_3)}{\partial (x_1, x_2, x_3)} dx_1 dx_2 dx_3,$$

<sup>1)</sup> In Wahrheit sind es  $\frac{n(n-2)}{2} - 3n + 6$  Gleichungen.