

relativement considérable de  $100 \text{ km}$  à l'heure, qui correspond à  $33000 \text{ t/m}$

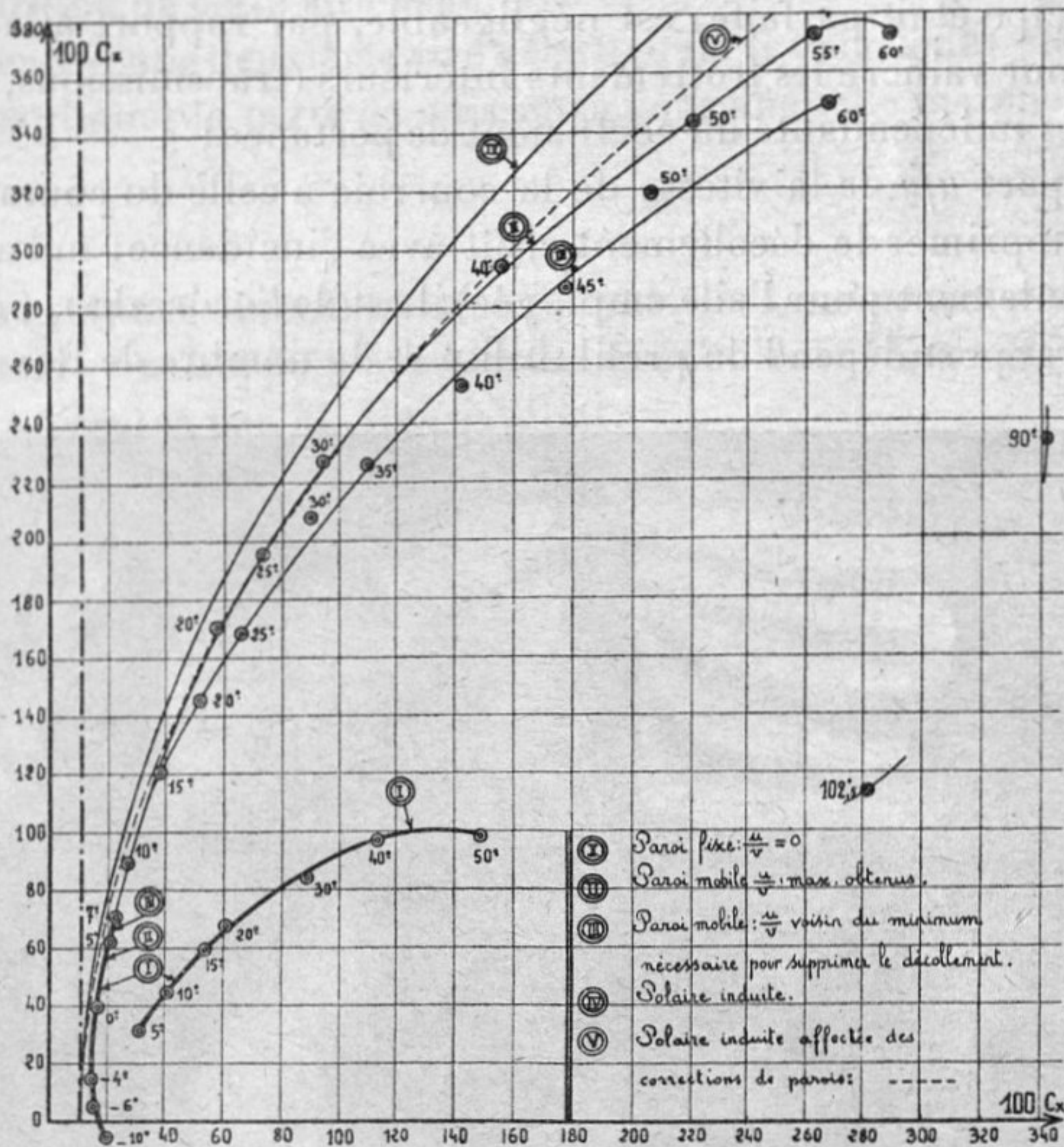


Fig. 2. — Polaire de l'aile à paroi d'extrados mobile; résultats d'ensemble.

pour le plus petit tambour-guide <sup>(1)</sup>, ceci n'entraînant aucune vibration susceptible d'influencer les mesures.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la réalité de la mécanique quantique.*

Note de M. **RENÉ DUGAS**, présentée par M. Louis de Broglie.

Einstein, en collaboration avec B. Podolsky et N. Rosen <sup>(2)</sup> pose comme une condition *suffisante* de réalité le critérium suivant :

(R) *Si, sans troubler d'aucune façon un système, on peut prédire avec*

<sup>(1)</sup> La nécessité d'atteindre de très grandes vitesses de rotation ne concerne que les modèles réduits.

<sup>(2)</sup> *Physical Review*, 47, 1935, p. 777.

*certitude (c'est-à-dire avec une probabilité égale à l'unité) la valeur d'une quantité physique, alors il existe un élément de la réalité physique correspondant à cette quantité physique.*

*a.* Il résulte de (R) que si la coordonnée  $x$  d'une particule est connue, le moment conjugué  $p$  ne peut avoir en mécanique quantique de réalité physique. Plus généralement, deux observables non commutables ne peuvent satisfaire *simultanément* à (R).

*b.* Soient d'autre part deux systèmes (I et II) primitivement en interaction. Celle-ci ayant cessé, deux mesures différentes effectuées sur I permettent d'assigner à une même réalité (système II), que ces mesures ne sauraient perturber, deux fonctions d'onde différentes. Celles-ci peuvent être, en particulier, des fonctions propres de deux observables non commutables.

La contradiction entre les résultats *a* et *b* conduit Einstein à conclure que la description de la réalité offerte par la fonction d'onde est *incomplète*.

Cette analyse appelle les remarques suivantes :

Le critérium (R) semble rattacher la réalité physique à l'observable, contrairement à la thèse habituelle qui déduit de la réalité l'observable, considérée déjà comme un élément abstrait.

(R) n'accorde de réalité qu'aux seules observations sans perturbation. Or, celles-ci constituent en mécanique quantique des cas exceptionnels (mesures d'une observable dans un état propre, confirmation immédiate d'une mesure supposée *répétable*).

Dans le cas général, pour les éléments  $x$  et  $p$  d'une même particule, on ne peut connaître exactement qu'une seule fonction  $F(x, p)$ . Conformément à (R) on ne peut accorder de réalité physique ni à  $x$  ni à  $p$ , dont les incertitudes conjuguées sont finies.

Dans l'exemple résumé en *b* la fonction d'onde du système total (I + II) est successivement développée en série suivant les fonctions propres de deux observables non commutables du système I. Les deux observations correspondantes, traduites par la réduction du paquet d'ondes, sont donc *simultanément* irréalisables, ce qui atténue considérablement le paradoxe relevé à l'égard de II.

En outre, si l'on fait abstraction de (R), la réalité I doit pouvoir exister objectivement, que l'on expérimente ou non sur elle. Le fait que l'on n'opère pas sur II ne confère pas à ce système de réalité plus éminente. Le paradoxe sur II devrait pouvoir se doubler, sur I, d'un autre paradoxe.

Or, ce dernier est exclu par l'incompatibilité de deux mesures simultanées sur deux observables non commutables.

En résumé, le critérium (R), évidemment acceptable en mécanique classique, ne peut se concilier avec la mécanique quantique qu'en bornant celle-ci à la considération des *cas purs* où les mesures n'entraînent aucune perturbation. La différence profonde qui sépare les points de vue classique et quantique se trouve ainsi dissimulée, le critérium (R) n'admettant que les cas où ces points de vue coïncident à l'égard d'un groupe d'observables commutables.

Le critérium (R) semble avoir quelque peu le caractère d'un jugement *a priori*. Il ne paraît pas indispensable d'y souscrire, car la mécanique quantique peut, sans cesser pour cela de former un ensemble logiquement cohérent et doué de sens physique, prendre en considération les perturbations introduites par les mesures.

La mécanique quantique oblige effectivement à ne saisir qu'*alternativement* certains aspects *complémentaires* d'une même réalité (<sup>1</sup>), mais, sous cette réserve, elle permet de les considérer tous. Elle n'est donc pas, au sens strict, une doctrine *incomplète*. Enfin elle n'interdit nullement de croire à une réalité objective, indépendante des moyens mis en œuvre pour l'expérimenter et la traduire.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur le rendement des tuyères propulsives.*

Note (<sup>2</sup>) de MM. **RENÉ LEDUC** et **JEAN VILLEY**, présentée par M. Albert Caquot.

Conservant les notations d'une Communication récente (<sup>3</sup>) nous appelons  $k$  le rendement de la combustion,  $q$  l'énergie thermique qu'elle crée dans l'unité de masse d'air,  $\theta$  le rendement thermique, et  $p$  le rendement de propulsion (<sup>4</sup>);  $V$  la vitesse relative d'entrée,  $(V + v)$  la vitesse relative de sortie, et  $\varphi$  la célérité du son. Enfin nous désignerons par  $u$  la vitesse relative de l'air dans la région BC, où nous supposons la

(<sup>1</sup>) NIELS BOHR, *Physical Review*, 48, 1935, p. 696.

(<sup>2</sup>) Séance du 17 février 1936.

(<sup>3</sup>) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 52.

(<sup>4</sup>) Le rendement thermopropulseur, qui est égal, pour une locomotive, à  $f.\theta.p$ , en appelant  $f$  le rendement du foyer, se réduit ici à  $\theta.p$ , puisque l'énergie thermique, créée dans le fluide lui-même, lui est intégralement fournie.

3° Sur trois des spectres, la limite du fond continu est voisine de 3030 Å. Sur le quatrième, le plus posé, cette limite semble voisine de 2950 Å, mais ce résultat ne peut être accepté sans vérification ultérieure. Il sera indispensable, pour être fixés sur ce point, d'augmenter considérablement les temps de pose actuels.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la réalité de la mécanique quantique.* Note de M. **RENÉ DUGAS**, présentée par M. Louis de Broglie.

J'avais donné (1) des motifs plus philosophiques que mathématiques d'écarter le critérium einsteinien de réalité physique. Je voudrais, m'appuyant sur des travaux récents (2), revenir sur l'aspect mathématique de la question.

Dans le cas de deux particules libres étudié par Einstein (3), la fonction d'onde  $\Psi(x_1, x_2)$  du système total I + II se présente à la fois comme l'intégrale du produit des fonctions propres soit des coordonnées  $x_1$  et  $x_2$ , soit des moments conjugués  $p_1$  et  $p_2$ . Deux mesures respectives de  $x_1$  et de  $p_1$ , traduites par réduction du paquet d'ondes, permettent d'assigner deux valeurs exactes à  $x_2$  et  $p_2$ . Pour Einstein, à la même réalité II que ces mesures ne peuvent influencer se trouvent ainsi associées les fonctions propres de deux observables non commutables. Étant donné la symétrie évidente du système total, le paradoxe ainsi relevé par Einstein à l'égard de II résulte *exclusivement* du caractère particulier qu'il attribue à la réalité de ce système en dehors de toute mesure directe de  $x_2$  et de  $p_2$ . Le paradoxe correspondant à l'égard de I se trouve écarté, comme je l'avais indiqué, par l'impossibilité de la détermination simultanée du couple d'observables  $x_1$  et  $p_1$ . Le paradoxe apparent sur II disparaît corrélativement si l'on cesse d'attribuer, en dehors de toute mesure, un caractère éminent à la réalité de ce système.

Ainsi, dans le cas étudié par Einstein, la fonction d'onde du système total se présente, à l'égard des observables étudiées,  $\alpha$  pour I et  $\beta$  pour II, sous la forme

$$(1) \quad \Psi(x_1, x_2) = \sum_i c_i \Psi_{a_i}(x_1) \Psi_{b_i}(x_2)$$

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 636.

(2) W.-H. FURRY, *Physical Review*, 49, 1936, p. 393.

(3) EINSTEIN, PODOLSKY et ROSEN, *Physical Review*, 47, 1935, p. 777.

( $\Psi_{a_i}$  est la fonction propre normalisée de  $\alpha$  correspondant à la valeur  $a_i$ ; notation analogue pour  $\Psi_{b_i}$ ; les coefficients  $c_i$  vérifient  $\sum_i c_i^2 = 1$ ).

La fonction  $\Psi(x_1, x_2)$ , ceci en vertu d'un postulat de l'axiomatique quantique, peut également se développer en série suivant les fonctions propres, orthogonales et normalisées, d'une observable arbitraire  $\lambda$  attachée à I

$$(2) \quad \Psi(x_1, x_2) = \sum_l \Psi_l(x_1) \zeta_l(x_2),$$

mais alors les coefficients  $\zeta_l$  ne sont en général ni orthogonaux ni normalisés. Le coefficient  $\zeta_{l'}$  correspondant à la valeur propre particulière  $l'$  s'écrit, en vertu de l'orthogonalité des  $\Psi_l$

$$(3) \quad \zeta_{l'}(x_2) = \int \Psi_{l'}^* \Psi(x_1, x_2) dx_1.$$

D'autre part, si l'on considère un état arbitraire (normalisé)  $\Psi$  et si  $\Psi_m$  est la fonction propre (normalisée) d'une observable quelconque  $\mu$  appartenant à la valeur propre  $m$ , le produit

$$(4) \quad |\Psi^* \Psi_m|^2,$$

ou *probabilité d'accord* des états  $\Psi$  et  $\Psi_m$ , donne, en vertu de la certitude offerte par  $\Psi_m$ , la probabilité pour que la mesure de l'observable  $\mu$  dans l'état  $\Psi$  donne le résultat  $m$ .

Les formules qui précèdent ont permis à M. W. H. Furry de résoudre le problème suivant : une observable arbitraire  $\lambda$  de I ayant été mesurée après interaction des systèmes I et II et le résultat  $l$  obtenu, calculer la probabilité pour qu'une observable arbitraire  $\mu$  attachée à II ait la valeur  $m$ .

Revenant au critérium einsteinien de réalité (R), nous observons que la seule forme de (4), traduisant l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique, suffit à montrer qu'en général pour un état quelconque une observable arbitraire ne peut avoir de réalité au sens de (R).

Dans le cas privilégié (1) une seule mesure de  $\alpha$  suffit pour extraire du mélange d'états propres que constitue le système total (I + II) une certitude à l'égard de  $\beta$ . *C'est le seul cas où (R) est satisfait.* Si l'on s'écarte des observables  $\alpha$  et  $\beta$ , en couplant par exemple  $\lambda$  et  $\beta$ , on ne peut dégager d'une mesure de  $\lambda$  qu'une probabilité pour  $\beta$ .

Encore pour traiter correctement le problème général ( $\lambda, \mu$ ) faut-il,

comme le souligne M. H. Furry, ne faire aucune hypothèse parasite qui conduise à une *interférence de probabilités* au sens d'Heisenberg.

Ce qui précède est, semble-t-il, suffisant pour prouver qu'il serait arbitraire, par l'adoption de (R), de réduire la mécanique quantique à ses seuls *cas purs*.

A l'opposé du point de vue einsteinien, M. Henry Margenau propose d'écarter le postulat suivant lequel il est permis, à l'aide d'une seule mesure, d'énoncer une certitude <sup>(1)</sup>. Il assimile un état quantique à un jeu de nombres associés à un certain opérateur  $\lambda$  et dont résulte la distribution des différentes valeurs propres de  $\lambda$ . Ceci n'est qu'une manière d'exprimer le postulat quantique du développement en série. Mais de là à assimiler, comme le suggère cet auteur, la mécanique quantique à un jeu de dés, il y a un pas qu'il semble inutile de franchir <sup>(2)</sup>. Les *cas purs*, qui satisfont au postulat que M. Margenau propose d'écarter, méritent, semble-t-il, en l'état actuel de l'axiomatique quantique <sup>(3)</sup>, d'être considérés comme privilégiés, ne serait-ce que pour la raison, précisément marquée par Einstein, qu'ils constituent le seul point de convergence des doctrines classique et quantique dans la considération des mesures physiques.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la diffusion des ondes de Dirac.*

Note de M. JACQUES WINTER, présentée par Louis de Broglie.

Nous avons écrit <sup>(4)</sup>, les expressions générales des ondes diffusées  $u_1, u_2, u_3, \bar{u}_4$ , provenant de la perturbation d'une onde plane par un potentiel sphérique limité. Ces expressions comprennent deux fonctions  $f$  et  $g$ .

<sup>(1)</sup> *Physical Review*, 49, 1936, p. 240.

<sup>(2)</sup> Dans un cas pur, le dé est en effet guidé de telle sorte qu'il tombe toujours sur la même face.

<sup>(3)</sup> Je néglige ici les considérations de MM. Landau et Peirls sur les relations d'incertitude.

<sup>(4)</sup> *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1265. Apportons ici des rectifications, qui n'altèrent d'ailleurs pas les formules finales : 1° dans le cas  $j = k - 1/2$ , il faut ajouter un signe — devant l'expression de  $F_{-k-1}$ , et par conséquent devant  $\Psi_1$ , et  $\Psi_2$ ; 2° les expressions de  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$ , dans les deux cas  $j = k \pm 1/2$ , doivent être encore multipliées par  $i$ ; 3° pour obtenir la formule de Rayleigh, il faut sommer par rapport à l'indice  $k$ , en multipliant respectivement par les coefficients  $\sqrt{\pi/2 pr} \cdot i^k$ . Ces modifications n'altèrent pas les expressions des  $u$ . Pour alléger l'écriture nous omettons les facteurs  $\sqrt{\pi/2 pr}$ .