der Constante oder $m = 0{,}94$, und der kleinste Krümmungshalbmesser oder $r = 0{,}68$ Pariser Linien.

An die bewegliche Wand des Apparats befestigte ich nach einander auch Scheiben von Buxbaum, Thonschiefer und Glas, und fand die Erhebung der Oberfläche jedesmal mit der an der Messingscheibe beobachteten so genau übereinstimmend, daſs die sehr geringen Abweichungen nur als Folge der Beobachtungsfehler angesehen werden muſsten. Die obige Herleitung ist daher auch in sofern richtig, als darin vorausgesetzt wurde, daſs das Material der Wand keinen Einfluſs auf die Capillarerscheinung ausübt, wenn nur die Benetzung vollständig ist.

(Schluſs im nächsten Heft.)

II. *Allgemeine Gesetze der inducirten elektrischen Ströme; von F. E. Neumann.*

(Auszug aus einer der K. Acad. zu Berlin übersandten und nächstens in deren Denkschriften erscheinenden Abhandlung.)

Wenn der Werth der magnetischen oder elektrodynamischen Resultante, bezogen auf ein Element eines Leiters eine Veränderung erleidet, so wird in diesem Element eine elektromotorische Kraft erregt, die, wenn ihr ein in sich geschlossener leitender Weg dargeboten wird, einen elektrischen Strom hervorbringt, welcher der *Inductionsstrom* genannt wird. Die folgenden Untersuchungen über diesen Strom setzen voraus, daſs die inducirende Ursache, d. i. die Veränderung der magnetischen oder elektrodynamischen Resultante mit einer Geschwindigkeit eintrete, welche als klein in Beziehung auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität angesehen werden kann. Ohne diese Voraussetzung kann man nicht die elektrischen Ströme als im stationären Zustand befindlich ansehen und die Ohm'schen Gesetze darauf anwenden. Ausgeschlossen aus den hier folgenden Betrachtungen sind also z. B. die durch elektrische Entladungen inducirten Ströme.

Das inducirte Element gehört entweder einem Drahte an, oder einem dünnen Bleche, oder einen Leiter, in dessen Form ein ähnlicher Unterschied der Dimensionen nicht stattfindet. Den ersten Fall nenne ich die lineare Induction; diese ist der Gegenstand der vorliegenden Abhandlung. Die Untersuchung der linearen Induction ist die einfachste, weil hier die in dem Element inducirte Elektricität sich auf einem gegebenen Wege fortpflanzt, während in den beiden anderen Fällen, wo das Element einer Fläche oder einem Körper angehört, die Wege, auf welchen die Fortpflanzung der erregten Elektricität stattfindet, erst bestimmt werden müssen. Die Principien der linearen Induction erlauben aber eine Ausdehnung auf diese complicirteren Fälle, welche der Gegenstand einer zweiten Abhandlung seyn soll, in welcher die Theorie des Rotationsmagnetismus entwickelt werden wird.

Die vorliegende Abhandlung hat die Inductionen, welche durch Formveränderungen des inducirenden Stroms oder inducirten Leiters erregt werden, so wie die Rückwirkungen der inducirten Ströme auf die Inducenten nicht in den Kreis ihrer Untersuchungen gezogen, aber sie enthält die Principien dafür. Folgendes ist ihr ausführlicher Inhalt.

§. 1. Aus dem Lenz'schen Satze: dafs die Wirkung, welche der inducirende Strom oder Magnet auf den inducirten Leiter ausübt, immer, wenn die Induction durch eine Bewegung des letzteren hervorgebracht ist, einen hemmenden Einflufs auf diese Bewegung ausübt [1]), in Verbindung mit dem Satze: dafs die Stärke der momentanen Induction proportional mit der Geschwindigkeit dieser Bewegung ist, wird das allgemeine Gesetz der linearen Induction abgeleitet:

$$EDs = -evCDs.$$

Hierin bedeutet Ds ein Element des inducirten Drahts, und EDs die in dem Element D_s inducirte elektromotorische Kraft;

1) Annalen, Bd. 31, S. 483.

Kraft; v ist die Geschwindigkeit, mit welcher Ds bewegt ist, C die nach der Richtung, in welcher Ds bewegt wird, zerlegte Wirkung des Inducenten auf Ds, dieses Element durchströmt gedacht von der Einheit des Stroms. Die Gröfse ε, unabhängig von der Beschaffenheit des inducirten Leiters, kann bei der linearen Induction als eine Constante behandelt werden, ist aber eine solche Function der Zeit, die sehr rasch abnimmt, wenn ihr Argument einen merklichen Werth hat, und mufs als solche bei der Flächeninduction und der Induction in Körpern behandelt werden.

§. 2. Wenn in dem Element Ds eines leitenden Bogens s die elektromotorische Kraft EDs erregt wird, und E nicht allein eine Function der Stelle von Ds in s ist, sondern auch eine Function der Zeit, so gilt doch, unter der Voraussetzung, dafs die Veränderungen, welche E mit der Zeit erfährt, nicht mit einer so grofsen Geschwindigkeit eintreten, dafs diese einen merklichen Werth in Beziehung auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität besitzt, der Ohm'sche Satz: dafs der erregte Strom gleich ist der Summe der elektromotorischen Kräfte des ganzen Bogens s, dividirt durch den Widerstand des Weges.

§. 3. Der in einem linearen Leiter s, der sich unter dem Einflufs eines elektrischen Stroms oder eines Magneten bewegt, inducirte Strom ist:

$$-\varepsilon\varepsilon'^{\,dt} S v C Ds,$$

worin ε' den in 1 dividirten Widerstand des Weges bezeichnet, welchen der Strom zu durchlaufen hat, und S eine Integration, welche sich über alle bewegte Theile des Leiters erstreckt; dt ist das Element der Zeit. — Die Wirkung, welche dieser inducirte Strom während des Elements der Zeit, z. B. auf eine Magnetnadel, ausübt, ist das Maafs des *inducirten Differentialstroms;* die Summe der Wirkungen, welche er in einer endlichen Zeit ausübt, ist das Maafs *des inducirten Integralstroms.* Der Werth des Integralstroms hängt allein von der Länge und Lage des Weges ab, welchen der Leiter durchlaufen hat, und ist unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher er durchlaufen wurde.

Die elektromotorische Kraft des Differentialstroms ist das negative *virtuelle Moment* der Kraft, welche der Inducent auf den Leiter ausübt, wenn dieser von dem constanten Strom ε durchströmt gedacht wird.

Die elektromotorische Kraft des Integralstroms, welcher auf dem Wege von w_0 bis w_1 erregt wird, ist der Verlust an *lebendiger Kraft*, welchen der Inducent in dem Leiter hervorbringen würde, wenn dieser sich von w_0 bis w_1 frei bewegte und von dem Strome ε durchströmt gedacht wird.

Der wirklliche Verlust an lebendiger Kraft, welchen ein linearer Leiter, der dem Inductionsstrom einen geschlossenen Weg darbietet, in dem Zeitraume von t_0 bis t_1 erleidet, und wenn er sich frei, z. B. in Folge seiner Trägheit, unter dem Einflufs eines Inducenten bewegt, ist:

$$2\varepsilon\varepsilon'\int_{t_0}^{t_1} dt(SvCDs)^2.$$

Wenn die Componenten der Wirkung des Inducenten auf ein Element des bewegten Leiters, von dem Strome ε durchströmt gedacht, partielle Differentialquotienten derselben Function sind, und man *die Gleichgewichtsoberflächen* construirt, für deren jede diese Function einen constanten Werth hat, welcher der *Druck* an dieser Oberfläche heifst, so ist die elektromotorische Kraft des Integralstroms, welcher in dem Leiter, wenn er sich parallel mit sich selbst von w_0 bis w_1 bewegt hat, inducirt ist, gleich der Differenz des Drucks an den beiden, durch w_0 und w_1 construirten Gleichgewichtsoberflächen. — Der Integralstrom ist also unter den angegebenen Bedingungen unabhängig von der Länge und Lage des Weges, auf welchem er inducirt wird, er hängt allein von der Lage der Endpunkte desselben ab. — Dieser Satz wird in der Folge noch erweitert.

§. 4. Wenn ein Leiter A sich in Beziehung auf einen Leiter B bewegt, so wird diejenige Bewegung, welche B erhält, wenn beiden Leitern eine solche gemeinschaftliche Bewegung ertheilt wird, dafs A an seinem Orte verharrt, die *entgegengesetzte Bewegung von A* genannt.

Wenn zwei geschlossene Leiter gegeben sind, so wird dieselbe elektromotorische Kraft inducirt, in welchen von beiden auch der inducirende Strom fliefst, und welcher von beiden bewegt wird; nur mufs die Bewegung des Einen die entgegengesetzte des Anderen seyn.

Dieser Satz kann auch auf ungeschlossene Leiter ausgedehnt werden, wenn nur die Anordnung getroffen ist, dafs derselbe Leiter, mag er ruhen oder bewegt werden, der Induction dieselbe Länge darbietet.

§. 5. Die Bewegung, welche ein Leiter in Beziehung auf einen Pol (Solenoïd- oder Magnetpol) besitzt, kann zusammengesetzt angesehen werden, aus derjenigen allen seinen Elementen gemeinschaftlichen progressiven Bewegung, welche der Pol haben würde, wenn er mit dem Leiter fest verbunden mit ihm zugleich bewegt würde, und aus einer, um den auf die bezeichnete Weise bewegten Pol stattfindenden Drehung. Jene soll schlechtweg die *progressive Bewegung* des Leiters, diese die *drehende Bewegung* desselben heifsen.

Der Differentialstrom der progressiven Bewegung ist:

$$-\varepsilon\varepsilon'\varkappa\Gamma dw.$$

In dieser Formel ist statt der Bewegung des Leiters die entgegengesetzte des Pols substituirt gedacht; $\varkappa$ bezeichnet den freien Magnetismus des Pols, dw das Element seines Weges, und Γ die nach der Richtung von dw zerlegte Wirkung, welche der Leiter, durchströmt von der Einheit des Stroms, auf die Einheit des freien Magnetismus im Pole ausübt.

Der Differentialstrom der drehenden Bewegung ist:

$$-\varepsilon\varepsilon'\varkappa d\psi \left\{ \cos(a, e'') - \cos(a, e') \right\},$$

worin $d\psi$ das Element des Drehungswinkels bedeutet, und (a, e'') und (a, e') die Winkel bezeichnen, welche die Drehungsaxe mit den vom Pole nach den Endpunkten des Leiters gezogenen Linien bildet. Dieser Strom ist also unabhängig von der Form des Leiters, er hängt allein von der Bewegung seiner Endpunkte ab; er ist immer gleich Null, wenn der Leiter eine geschlossene Curve bildet.

In einem geschlossenen Leiter, der sich um eine Axe dreht, in welcher ein oder mehrere Pole liegen, wird durch diese kein Strom inducirt.

§. 6. Die Induction, welche in einem ruhenden Leiter durch die Bewegung eines Solenoïds erregt wird, ist allein von der Bewegung der Pole des Solenoïds abhängig.

Der durch die Bewegung eines Poles in einem ruhenden Leiter inducirte Strom besteht aus zwei Theilen, der eine rührt her von der progressiven Bewegung des Pols, der andere von seiner drehenden Bewegung um sich selbst. Der Differentialstrom des ersten Theils ist:

$$-\varepsilon\,\varepsilon'\varkappa\,\Gamma dw,$$

und der des zweiten Theils:

$$-\varepsilon\varepsilon'\varkappa\,d\psi\left\{\cos(a,e'')-\cos(a,e')\right\}.$$

In einem geschlossenen ruhenden Leiter wird durch die Drehung des Pols kein Strom inducirt. In einem nicht geschlossenen Leiter inducirt der Pol, ohne seinen Ort zu verändern, allein durch seine Drehung um sich selbst einen Strom. Dieser Satz enthält die Theorie der sogenannten unipolaren Induction.

§. 7. Ein Magnet wird definirt als ein System von unendlich vielen unendlich kleinen Solenoïden (magnetischen Atomen). Der in einem bewegten Leiter durch einen Magneten inducirte Strom ist die Summe der Elementarströme, welche durch seine Solenoïde inducirt werden. Dieses System von Solenoïden kann ersetzt werden durch ein System von Polen, die allein auf der Oberfläche des Magneten vertheilt sind, d. i. die durch den Magneten in dem bewegten Leiter erregte Induction kann angesehen werden als hervorgebracht durch seine mit freiem Magnetismus belegte Oberfläche. Diese magnetische Oberfläche ist dieselbe, welche nach dem Gaufs'schen Satz auf einen äufseren Pol gleiche Wirkung mit dem im Inneren des Magneten vertheilten Magnetismus ausübt.

Man kann statt der Bewegung des Leiters die entgegengesetzte der magnetischen Oberfläche substituiren, und umgekehrt. Wenn aber die magnetische Oberfläche bewegt gedacht wird, oder wirklich sich bewegt, so hängt der inducirte Strom nicht allein von der Ortsveränderung ab, welche ihre Elemente erfahren, sondern auch von den dabei statfindenden Drehungen derselben. Der Theil des Inductionsstroms, welcher von der Drehung der Elemente der magnetischen Oberfläche herrührt, ist unabhängig von der Gestalt des inducirten Leiters, er hängt allein von der Lage seiner Endpunkte ab, und verschwindet, wenn der Leiter eine geschlossene Curve bildet. — Wenn das Element Do der magnetischen Oberfläche den freien Magnetismus $\varkappa Do$ enthält, so ist der Differentialstrom, welcher durch die progressive Bewegung der Elemente inducirt wird:

$$-\varepsilon\varepsilon' \Sigma\, Do\, dw\, \varkappa \Gamma,$$

worin dw das Element des Weges bezeichnet, welches Do durchläuft und Γ die nach dw zerlegte Wirkung des Leiters, von der Einheit des Stroms durchströmt, auf die Einheit des freien Magnetismus in Do. Die Integration Σ bezieht sich auf die ganze Oberfläche des Magneten. — Der Differentialstrom, welcher durch die Drehung der Elemente inducirt wird, ist:

$$-\varepsilon\varepsilon' \Sigma\, Do\, d\psi\, \varkappa \left\{ \cos a, e'' - \cos a, e' \right\},$$

wo (a, e'') und (a, e') die Winkel bezeichnen, welche die Linien, die von Do nach den beiden Enden des Leiters gezogen sind, mit der Drehungsaxe bilden; $d\psi$ ist das Element des Drehungswinkels.

§. 8. Nach den der Theorie des Magnetismus zu Grunde liegenden Vorstellungen besteht der Act der Magnetisirung oder Entmagnetisirung in einer Trennung oder Vereinigung der magnetischen Flüssigkeiten innerhalb eines jeden Atoms des Magneten. Der Strom, welcher durch eine solche Bewegung der freien magnetischen Flüssigkeiten in einem geschlossenen Leiter inducirt wird, ist:

$$-\varepsilon\varepsilon' \Sigma\, Do (\varkappa'' - \varkappa') V,$$

worin $\varkappa' Do$ und $\varkappa'' Do$ den freien Magnetismus in dem Element Do der Oberfläche des Magneten vor und nach der Veränderung seines magnetischen Zustandes bezeichnen, und V das Potential ist des von der Einheit des Stroms durchströmt gedachten Leiters in Beziehung auf die Einheit des Magnetismus in Do. Die Integration Σ bezieht sich auf die ganze Oberfläche des Magneten.

§. 9. Die Summe der elektromotorischen Kräfte, welche während der Bewegung in einem geschlossenen Leiter durch einen Magneten inducirt werden, ist gleich der Differenz der Werthe, welche das Potential des von dem Strome ε durchströmt gedachten Leiters, bezogen auf den ganzen Magneten (oder das Potential des Magneten, bezogen auf den ganzen Leiter), im Anfang und am Ende der Bewegung besitzt. — Der Umstand, dafs Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung, der durchlaufene Weg selbst gleichgültig sind in Beziehung auf die Summe der erregten elektromotorischen Kräfte, dafs diese allein von der Veränderung abhängt, welche das Potential des Magneten in Beziehung auf den Leiter erfährt, führt zu der Folgerung, dafs jede Ursache, welche den Werth dieses Potentials verändert, einen Strom inducirt, der zum Maafs hat, die hervorgebrachte Veränderung des Potentials dividirt durch den Widerstand seines Weges. — Eine solche Ursache ist z. B. die Schwächung oder Verstärkung des magnetischen Zustandes des Magneten. Dieser Satz giebt für den durch Magnetisirung oder Entmagnetisirung erregten Inductionsstrom denselben Ausdruck, wie den im vorigen Paragraph.

§. 10. Die in einem geschlossenen Leiter durch einen geschlossenen elektrischen Strom inducirte elektromotorische Kraft, in Folge der Bewegung des Leiters oder des Stroms, ist gleich der Veränderung des Werthes, welche durch diese Bewegung das Potential erfährt, des von dem Strome ε durchströmt gedachten Leiters in Beziehung auf den inducirenden Strom (oder das Potential dieses Stromes in Beziehung auf den Leiter). Der Ausdruck des inducirten Stroms ist:

$$-\tfrac{1}{2}\varepsilon\varepsilon' j\, S\,\Sigma\, Do\, Dw\, \frac{d^2}{dn\, dv}\left\{\frac{1}{r''}-\frac{1}{r'}\right\},$$

worin j die Stromstärke des inducirenden Stroms ist. Die Bedeutung der übrigen Buchstaben ist folgende. Man denkt sich durch die Curve des Leiters eine beliebige, durch sie begränzte Oberfläche o gelegt, und eine zweite w durch die Curve des Stroms und durch diese begränzt. Do und Dw sind zwei Elemente dieser Oberflächen, n und ν die Normalen von Do und Dw, und r' und r'' die Entfernung dieser Elemente von einander vor der Bewegung und nach der Bewegung. Die Integrationen S und Σ beziehen sich auf die Oberflächen o und w.

Aus der Unabhängigkeit der inducirten elektromotorischen Kraft von der Bewegung an sich wird gefolgert, dafs jede Ursache, welche eine Veränderung im Werthe des Potentials eines geschlossenen Stroms in Beziehung auf einen geschlossenen Leiter hervorbringt, einen Strom inducirt, dessen elektromotorische Kraft durch die Veränderung, welche das Potential erlitten hat, ausgedrückt ist. Ein ruhender elektrischer Strom inducirt demnach, wenn seine Intensität von j' bis j'' wächst, in einen ruhenden geschlossenen Leiter einen Strom, dessen Ausdruck ist:

$$-\tfrac{1}{2}\varepsilon\varepsilon'(j''-j')\,S\,\Sigma\,Do\,Dw\,\frac{d\frac{1}{r}}{dn\,d\nu}.$$

§. 11. Die inducirte elektromotorische Kraft hängt von einer dreifachen Integration ab, nämlich in Beziehung auf die zwei Curven des inducirenden Stroms und des inducirten Leiters, und in Beziehung auf die Bahn, auf welcher die Elemente des Stroms oder des Leiters bewegt werden. Diese dreifache Integration läfst sich, wenn entweder der Leiter oder der Strom eine geschlossene Curve bilden, immer auf eine zweifache zurückführen.

Das Potential eines geschlossenen Stroms s in Beziehung auf einen anderen geschlossenen Strom σ hat den Ausdruck:

$$jj'\int\!\!\int\frac{\cos(Ds,\,D\sigma)}{r}\,Ds\,D\sigma,$$

wo j und j' die Intensitäten der Ströme s und σ, Ds und $D\sigma$ ihre Elemente, r deren Entfernung von einander, und $(Ds,\,D\sigma)$ den Winkel bezeichnen, unter welchen Ds gegen $D\sigma$ geneigt ist. — Die beiden Elemente Ds und $D\sigma$

der geschlossenen Ströme s und σ ziehen sich gegenseitig an mit einer Kraft, die gleich ist:

$$\tfrac{1}{2} j j' Ds\, D\sigma \frac{\cos(Ds,\, D\sigma)}{r^2}.$$

Wenn ein ungeschlossener Leiter s unter dem Einfluſs eines geschlossenen Stroms σ bewegt wird, so ist die Summe der während dieser Bewegung inducirten elektromotorischen Kräfte das Potential des Stroms σ in Beziehung auf die Peripherie der Oberfläche, welche der Leiter beschrieben hat, diese Peripherie durchströmt gedacht von dem Strome ε.

Dieſs Theorem giebt, wenn der inducirte Leiter geschlossen ist, den Satz des vorigen Paragraphen über die Induction eines geschlossenen Leiters durch einen geschlossenen Strom. Es folgt ferner aus demselben Theorem der Satz:

Wenn ein ungeschlossener Leiter eine geschlossene Bahn durchlaufen hat, d. h. wenn er am Ende der Bewegung in die Lage, aus welcher er ausging, zurückgekehrt ist, so ist die auf dieser Bahn durch einen geschlossenen Strom inducirte elektromotorische Kraft die Differenz der Werthe, welche das Potential des Stroms hat in Beziehung auf die zwei Curven, welche die Endpunkte des Leiters durchlaufen haben, diese Curven von dem Strome ε durchströmt gedacht.

Wenn ein geschlossener Leiter in einer geschlossenen Bahn unter dem Einfluſs eines geschlossenen Stroms bewegt worden ist, so ist die Summe der inducirten elektromotorischen Kräfte immer gleich Null.

Diese Sätze gelten auch, wenn die Induction nicht durch einen geschlossenen Strom, sondern durch einen Magneten hervorgebracht wird.

Auf den Fall, auf welchen die vorstehenden Sätze sich beziehen, nämlich den Fall der Bewegung eines Leiters unter dem Einfluſs eines inducirenden geschlossenen Stroms, lassen sich zurückführen der Fall, wo der geschlossene Strom statt des Leiters bewegt wird, so wie die Fälle, wo der inducirte Leiter geschlossen, der inducirende Strom aber nicht geschlossen ist, es mag der Leiter oder der Strom bewegt werden.

§. 12. Die *Kegelecke eines Punktes in Beziehung auf eine geschlossene Curve* wird das Kugelflächenstück genannt, welches der durch den Punkt als Spitze und die Curve gelegte Kegel von der um diesen Punkt als Mittelpunkt mit der Einheit beschriebenen Kugelfläche abschneidet.

Das Potential eines Solenoïds, dessen Wirkung nach Aufsen durch den freien Magnetismus $\varkappa$ an seinen Enden ersetzt werden kann, hat in Beziehung auf einen geschlossenen Strom s von der Intensität 1 den Werth:

$$\varkappa(K''-K'),$$

wo K'' und K' die Kegelecken der Pole des Solenoïds in Beziehung auf die Curve s sind.

Das Potential eines Magneten in Beziehung auf einen geschlossenen Strom s von der Intensität 1 ist:

$$SDo\varkappa K,$$

wo $\varkappa Do$ den freien Magnetismus auf dem Element Do der Oberfläche des Magneten, und K die Kegelecke dieses Elements in Beziehung auf s vorstellt. Das Integral S ist nach der ganzen Oberfläche des Magneten zu nehmen.

Wenn dieser Magnet aus der Lage $w_{,}$ in die Lage $w_{,,}$ fortgeführt wird, so ist der dadurch in s inducirte Strom:

$$\varepsilon\varepsilon' S\varkappa(K''-K')Do,$$

wo K' und K'' die Werthe von K in der Lage w' und w'' bezeichnen.

Der in einem ungeschlossenen Leiter, welcher eine geschlossene Bahn durchlaufen hat, inducirte Strom ist:

$$-\varepsilon\varepsilon' S\varkappa(K''-K')Do,$$

worin K' und K'' die Kegelecken von Do bezeichnen in Beziehung auf die von den Endpunkten des Leiters beschriebenen geschlossenen Curven.

Ist weder der Leiter noch seine Bahn eine geschlossene Curve, so ist der in ihm durch den Magneten inducirte Integralstrom:

$$-\varepsilon\varepsilon' S\varkappa KDo,$$

wo K die Kegelecke ist von Do in Beziehung auf die Peripherie der Oberfläche, welche der Leiter beschrieben hat.

Wenn der magnetische Zustand des Magneten eine Aenderung erleidet, so daſs der freie Magnetismus $\varkappa Do$ des Elements Do der Oberfläche des Magneten sich verwandelt in $\varkappa' Do$, so wird dadurch in dem ruhenden geschlossenen Leiter ein Strom inducirt, dessen Werth ist:

$$-\varepsilon\varepsilon' S(\varkappa' - \varkappa) K Do,$$

wo K die Kegelecke von Do in Beziehung auf s ist.

Entwicklung der Regeln, nach welchen das Vorzeichen von K bestimmt wird, und ob dafür das kleinere oder gröſsere Kugelflächenstück zu nehmen ist, welches der Kegel abschneidet.

§. 13. Anwendungen der Formeln des vorigen Paragraphen auf einige einfache specielle Fälle von Inductionen.

1) Es wird der Strom bestimmt, welcher durch den Erdmagnetismus in einem ebenen geschlossenen Leiter, der um eine Axe rotirt, inducirt wird. Die Stromebene ist F, ihre Normale ist gegen die Drehungsaxe unter den Winkel c geneigt, und diese bildet mit der Richtung der magnetischen Inclination den Winkel (a, r); der Drehungswinkel φ wird von der Lage der Leiterebene an gerechnet, in welcher ihre Normale in der durch die Drehungsaxe und die Richtung der magnetischen Inclination gelegten Ebene liegt. M bezeichnet die Stärke des Erdmagnetismus. Der durch eine Drehung des Leiters von φ' bis φ'' in ihm inducirte Integralstrom ist:

$$-\varepsilon\varepsilon' MF \sin(a, r) \sin c \left\{ \cos\varphi'' - \cos\varphi' \right\},$$

2) In den folgenden Anwendungen wird als Inducent ein prismatischer Magnet vorausgesetzt, dessen freier Magnetismus als gleichförmig über seine beiden Grundflächen angesehen werden kann; die Grundflächen werden als klein betrachtet in Beziehung auf ihre Entfernung von den Elementen des inducirten Leiters.

Entwicklung von Formeln für die Ströme, welche in kreisförmigen Leitern oder in cylindrischen Spiralen durch Magnetisirung oder Ortsveränderung des Magneten inducirt werden. — Der Magnet, seine Grundfläche wird durch f bezeichnet, befinde sich in einer Spirale, von welcher er ganz bedeckt sey; ihre Länge sey L, ihr Durchmesser R und die Anzahl ihrer Windungen sey N. Der in dieser Spirale durch den Act der Magnetisirung inducirte Strom ist:

$$-4\pi\varepsilon\varepsilon'\varkappa f N\left\{\sqrt{1+\left(\frac{R}{L}\right)^2}-\frac{R}{L}\right\},$$

also, wenn $\frac{R}{L}$ klein ist, proportional mit der Anzahl der Windungen und unabhängig von ihrem Durchmesser.

Derselbe Strom wird inducirt, wenn die Spirale dem Magneten aus grofser Entfernung genähert wird, und auf ihn gesteckt.

3) Derselbe Magnet ist hufeisenförmig gebogen; die beiden Pole werden mit o und u bezeichnet, die Mitte von ou durch m. Durch m geht, senkrecht auf ou, eine Drehungsaxe, mit welcher ein kreisförmiger Leiter vom Halbmesser R so verbunden ist, dafs seine Ebene parallel mit ihr ist, und dafs diese senkrecht steht auf der Linie, welche von m nach dem Mittelpunkt C des Leiters gezogen wird. Jede halbe Umdrehung, durch welche der Mittelpunkt C aus der Linie ou heraus und wieder hineingeführt wird, inducirt den Strom:

$$4\pi\varepsilon\varepsilon'\varkappa f\left\{2-\frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2+R^2}}-\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2+R^2}}\right\},$$

wo die Linie $mo=mu$ mit a und die Linie mc mit x bezeichnet ist. Damit die Drehung möglich sey, mufs $x^2+R^2<a^2$ seyn.

4) Mit derselben Drehungsaxe sey ein kreisförmiger Leiter vom Halbmesser R so verbunden, dafs seine Ebene senkrecht auf ihr stehe und sein Mittelpunkt von ihr um $mo=a$ entfernt sey; die Entfernung der Pole von der Leiterebene sey x. Der durch eine halbe Umdrehung, durch welche der Mittelpunkt des Leiters aus der kleinsten Entfernung von dem einen Pole in die kleinste Entfernung von dem anderen Pole geführt wird, inducirte Strom hat den angenäherten Werth:

$$-4\pi\varepsilon\varepsilon'\varkappa f\left\{1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}-\frac{\frac{1}{2}R^2x}{(4a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}.$$

5) Der prismatische Magnet, dessen Länge h sey, ro-

tire um seine Axe uo; mit ihr seyen fest verbunden zwei leitende kreisförmige Scheiben mit den Halbmessern R und R', senkrecht auf ou stehend, deren Mittelpunkte C und C' in der über o verlängerten Axe uo von o um x und x' entfernt liegen. Diese Scheiben sind leitend unter einander verbunden; gegen ihre Ränder schleifen zwei Metallfedern, die durch einen Leitungsdraht, z. B. den Multiplicatordraht, verbunden sind. Diese Federn mit ihrem Verbindungsdraht bilden einen ruhenden ungeschlossenen Leiter, in welchem durch die Rotation des Magneten um seine Axe ein Strom inducirt wird, dessen Ausdruck ist:

$$2\pi\varepsilon\varepsilon' f \varkappa \left\{ \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} - \frac{h+x}{\sqrt{(h+x)^2+R^2}} - \frac{x'}{\sqrt{x'^2+R_{,}^2}} + \frac{h+x'}{\sqrt{(h+x')^2+R_{,}^2}} \right\}.$$

Hierin $R_{,}=o$ und $x=-\frac{1}{2}h$ gesetzt, giebt die vortheilhafteste Anordnung für die Weber'sche unipolare Induction; der bei dieser Anordnung inducirte Strom ist:

$$\frac{-4\pi\varepsilon\varepsilon'\varkappa f}{\sqrt{1+\left(\frac{2R}{h}\right)^2}}.$$

III. *Dujardin's magneto-elektrische Maschinen.*

Die eine ist so eingerichtet, dafs zwischen den Armen eines Hufeisenmagnets und im Innern einer grofsen festliegenden, mit 2000 Meter Kupferdraht umwickelten Rolle ein Prisma von weichem Eisen, nebst einem als Gegengewicht dienenden Bleiprisma um eine Axe rotirt, so, dafs die Enden des ersten Prismas den Polen des Magneten abwechselnd genähert und von ihm entfernt werden. — Bei der anderen sind die Arme des Hufeisenmagneten mit Drahtrollen umgeben, aus denen die Pole etwas hervorragen, und vor diesem rotirt winkelrecht ein Parallelepiped von weichem Eisen, so, dafs es dem Magnet abwechselnd näher und ferner kommt, und demgemäfs dessen Kraft periodisch verstärkt und schwächt. (*Compt. rend. T. XXI, p.* 528 und 892.)