

Physical method according to Duhem in view of quantum mechanics*

René Dugas[†]

1937

The critical study of the scientific method is of interest only if permanent data emerge, which can survive the upheavals caused by the constant development of experiment.

In close contact with classical science, DUHEM defined the object and structure of physical theory [Duhem, 1991]. I propose to show that this analysis still retains much of its value today, by confronting it with quantum mechanics.

To prevent any ambiguity in reading the quotations, I will abide by the language of DUHEM; he always uses the term *representation* in an abstract and symbolic sense. So I would describe elements like wave and particle, which we encounter in optics or mechanics, as images.

Many physicists are keen to endow these images with a concrete meaning; they see them as an explanation of sensible appearances, a *model* translating an aspect of reality. It is then necessary for the image to be unique in its field of validity: the wave alone explains interferences, diffraction, and polarization; the particle alone explains the Compton effect or the photoelectric effect. Compartments of this nature are quite common in physics, and the appeal to various models offers the sensualist a lesser evil than the renunciation of any concrete image.

In contrast, the fierce anti-sensualism of DUHEM is expressed thus [Duhem, 1991, 5. *English Physics and the Mechanical Model*, pp. 70-71]:

Here is a book [Lodge, 1889] intended to expound the modern theories of electricity and to expound a new theory. In it there are nothing but strings which move around pulleys, which roll around drums, which go through pearl beads, which carry weights; and tubes which pump water while others swell and contract; toothed wheels which are geared to one another and engage hooks. We thought we were entering the tranquil and neatly ordered abode of reason, but we find ourselves in a factory.

For DUHEM, the French school is opposed here to the English school, strength

*Dugas [1937], translated by Alan Aversa

[†]Engineer at the Corps des Mines

and uprightness — in the sense of Pascal — to the amplitude of the mind: [Duhem, 1991, 5. *English Physics and the Mechanical Model*, p. 69 & p. 71]

[T]hat element (in English physicists), which nearly invariably accompanies the exposition of a theory, is the model. [...] This effort (to follow the model) is often much greater than the one the Frenchman needs to make in order to understand in its purity the abstract theory which it is claimed the model embodies.

I will not follow DUHEM in the fragile terrain of nationalities, because English science has some branded idealists: NEWTON, who said that in science one must be able to ignore things, B. RUSSEL, and right up to us, DIRAC. Nor will I discuss the role of the model in the genesis of physical thought, a role that DUHEM underestimates may be¹.

In physical matter one must always start from experience to return to it, but in the meantime, and this is one of the leading ideas of DUHEM, the theorist must satisfy the requirements of mathematical logic [Duhem, 1991, 4. *A Theory Tends to Be Transformed into a Natural Classification*, p. 26]

When, in the course of an optical theory, we talk about luminous vibration, we no longer think of a real to-and-fro motion of a real body; we imagine only an abstract magnitude, i.e., a pure, geometrical expression. It is a periodically variable length which helps us state the hypotheses of optics, and to regain by regular calculations the experimental laws governing light. This vibration is to our mind a *representation*, and not an *explanation*.

This point of view, free to a certain extent in classical science, is essential in quantum mechanics: the association of the wave and the particle is necessary to solve the contradictions, revealed from the start by POINCARÉ, between the ordinary dynamics and the indivisibility of the quantum of action, a fundamental hypothesis introduced by PLANCK to account for the distribution of wavelengths in blackbody radiation.

If the theory of the BOHR models could be confined in appearance to a simple selection in the continuous infinity of the classical trajectories of the planetary electron, it was at the cost of attributing to stationary states a sort of hypermechanical stability, the process of transition between these states escaping any description.

¹I do not want to suggest that DUHEM lacks intellectual liberalism [Duhem, 1991, 10. *Should the Use of Mechanical Models Suppress the Search for an Abstract and Logically Ordered Theory?*, p. 99]:

The best means of promoting the development of science is to permit each form of intellect to develop itself by following its own laws and realizing fully its type; that is, to allow strong minds to feed on abstract notions and general principles, and ample minds to consume visible and tangible things.

He basically criticizes the sensualists for taking, following the expression of LEIBNITZ, the straw words for the grain of things.

In fact, wave-particle duality, introduced by L. DE BROGLIE, is essential to logically integrate the quantum conditions into mechanics. Wave and particle are, as shown by BOHR, complementary *concepts* whose simultaneous consideration alone can offer a natural generalization of the classical mode of description: a quantity of motion is linked to one, and the position of an element of matter or a photon to the other. The simultaneous knowledge of these two givens is impossible, in the domain where PLANCK's constant operates.

Thus, Descartes's dream vanishes, to which DUHEM could not subscribe, for he rejected all metaphysical explanation "At the root [of which] there always lies the unexplained" [Duhem, 1991, 5. *No metaphysical system suffices in constructing a physical theory*, p. 18]. On this subject he quoted PASCAL [Duhem, 1991, 2. *The Opinions of Physicists on the Nature of Physical Theories*, p. 46]:

We must say crudely: that is done by shape and motion, for that is true. But to tell more, and to compose the machine—that is ridiculous, for that is useless, and uncertain, and painful. [Pascal, 2004, p. 25, S118/L84]

It would certainly be unreasonable to see in this quotation the seed of Heisenbergian uncertainty and the exclusively statistical value of classical determinism. It remains that the images of wave and particle, and correlatively the conjugate elements (position and velocity) of the Copernican axiom of the initial conditions, are reduced to the state of *idealizations* (in the sense of BOHR: abstractions having only an approximate value). No difficulty in that for DUHEM, while MEYERSON sees it as a sign of the physicist's disarray.

There is more: the wave-particle duality is ineluctable. If obviously the corpuscle no longer suffices, the wave is not material, it does not *pilot* the corpuscle; it is not a wave of electricity; it is only a probability wave, that is to say, an essentially abstract wave whatever its manifestations are, such as the rings of DAVISSON and GERMER.

It should be remembered that DUHEM refuted the existence of any *experimentum crucis*, by virtue of the symbolic transcription that subsumes all experimental facts into the theory. The reduction to absurdity, process of geometers, is forbidden to the physicist "who is never sure of having exhausted all the imaginable suppositions" [Duhem, 1991, 3. *A "Crucial Experiment" Is Impossible in Physics*, p. 190]. Thus, in optics no experiment, contrary to the assertion of ARAGO, makes it possible to decide on the corpuscular or wave nature of light. The same goes for matter after the introduction of quanta.

*Entia non multiplicanda sunt præter necessitatem*²: this excellent principle of the scholastics seems lost from sight in quantum mechanics where we have seen the birth of the photon, positron, neutron, etc... But on the other hand, this theory establishes entirely new connections between the problem of matter and that of radiation (process of materialization or dematerialization). These two contrary currents are, according to DUHEM, characteristic of the evolution

²[Entities are not to be multiplied unnecessarily.]

of physics: discovery of new categories by the development of experiment, fusion of distinct qualities by theory.

In the sense of DUHEM, physical theory cannot offer an *explanation* of reality. The mathematical symbols that it uses must be distinguished from the properties they represent: they have with it “only the relation of sign to thing signified” [Duhem, 1991, 1. *What Is the True Nature of a Physical Theory and the Operations Constituting It?*, p. 20].

This restriction is indispensable to us in quantum mechanics: the algebra of states and observables, constructed by DIRAC and rational basis of the quantum axiomatics, is obviously a most abstract doctrine.

The state algebra results in the fact that “state space” is a HILBERT space. The algebra of the observables derogates from ordinary algebra because commutativity of multiplication is not always verified for it. The observable acts on the state as a transformation in HILBERT space.

The *operators* that we encounter in quantum mechanics are not all endowed with physical meaning; the observables themselves are only objects of the second order, rational analogues of commonsense objects³.

As a general rule, this symbolic algebra is connected to experience by the probabilities of the different possible values of an observable. However, there are privileged cases in which we can state a certainty: the measure of an observable in a proper state, an immediate repetition of a measurement.

Probabilities and certainties must be considered in the same way in the physical interpretation of the theory: it would also be arbitrary to reduce quantum mechanics to pure *cases* where certainty is immediately stated than to deny their privileged character by likening quantum mechanics to a simple game of dice⁴.

I ignore the debate about the absence or existence of an objective reality independent of the observer, because of the essential perturbations that affect certain measures; the question, in the sense of DUHEM, is not posed or more properly belongs to the metaphysical domain that he refuses to penetrate.

I do not hide that at first glance the general characteristics of quantum mechanics, schematized here in excess, may in some respects run counter to common sense. But it has ever only dictated the physics of ARISTOTLE and that of the scholastics [Duhem, 1991, 5. *Hypotheses Cannot Be Deduced from Axioms Provided by Common-Sense Knowledge*, 261.]:

The sort of thing everyday experience teaches us is that a horse cab which is not harnessed remains stationary, that a horse working with a constant effort leads a vehicle with a constant speed.

Recalling this, DUHEM concludes that it is illusory to think of extracting axioms from common knowledge. In order to conceive the principle of inertia, it was indeed necessary to disregard the phenomena of friction which dominate ordinary traction.

³For an elementary summary of the Dirac’s axiomatics, cf. Dugas [1935].

⁴Dugas [1936a]

If the axioms of mechanics do not derive from commonsense, if they already constitute abstractions, they nevertheless claim “constant control by experience” [Mach, 1919, p. 238].

One would behave like a modern scholastic to want to refuse *a priori* to revise the axioms which the consideration of the experiments on the structure of the spectral lines necessarily entails.

This revision of values focuses mainly on the Copernican axiomatics. Far from removing any reference to the exclusively mathematical language of classical rational mechanics, it reveals to us its extraordinary fruitfulness.

In the arsenal of the theorems of LAGRANGE, HAMILTON, JACOBI, quantum physics found the starting point it needed; the JACOBI equation, in its classical or relativistic form, dominates the theory of BOHR models; the SCHRÖDINGER equation extends that of JACOBI. A new proof is provided by the formulation of quantum mechanics using an extension of Poisson’s brackets: a notation without intrinsic value of classical analytics mechanics becoming, thanks to a restrictive postulate on the commutativity of the multiplication, an essential tool for writing the equations of motion without prior knowledge of the canonical variables.

This set of circumstances: the renunciation of axioms, permanence, or easy adaptation of symbolism, is to be compared with the following statement of DUHEM [Duhem, 1991, 1. *The Role of Natural Classifications and of Explanations in the Evolution of Physical Theories*, p. 32]:

When the progress of experimental physics goes counter to a theory and compels it to be modified or transformed, the purely representative part enters nearly whole in the new theory, bringing to it the inheritance of all the valuable possessions of the old theory, whereas the explanatory part falls out in order to give way to another explanation.⁵

To make many of the quantum novelties above admissible, we often had to invoke the full breadth of DUHEM’s views. Now let us list the conditions he imposes on the choice of the hypotheses of a physical theory.

There are three of these conditions: no internal contradiction, no mutual contradictions, *global* agreement with experience.

I emphasize the word *global*, essential in the mind of DUHEM: complete freedom of symbolism, on the sole condition of satisfying the requirements of mathematical logic; no *experimentum crucis* that saves one hypothesis to the detriment of the others.

Logical as much as classical mechanics, but abstract to the point of defying any sensualist interpretation, quantum mechanics is globally justified by the

⁵One could call the development of a theory in a given framework of axioms “horizontal” progress. “Vertical” progress, the evolution in depth, resides instead in the revision of axioms, in pure mathematics as well as in mechanics.

It is not excluded that, despite a vertical evolution, the old algorithms can still be used, with some adaptations if necessary: the domain of the new theory immediately extends horizontally, thanks to the preservation of its symbolism.

experimental domain, which is considerable, of which offers a symbolic transcription.

I now come to quantum illegality, that is to say, to the derogations from Copernican determinism that the new mechanics entails.

Since the Copernican axiom of initial conditions is destroyed by the impossibility of simultaneously measuring, for example, the x coordinate of a particle with one degree of freedom and its momentum p , the corresponding quantum axiom starts from a *maximal observation*, incomplete in the Copernican sense: in this case the measurement of a single arbitrary function $F(x, p)$. In particular the initial state of this particle can be specified by the single measurement of x . This scholastic analogy is also fragile and does not resist an uncertainty on the x measurement.

J. L. DESTOUCHES then abandoned the following essential postulate: from the maximum observation specifying the initial state of the system, it must be possible to make some predictions⁶.

I have not found a trace of a deterministic hypothesis of this kind in [Duhem \[1991\]](#). It would be contrary to his thought to see an attribute of physical reality in such a criterion. More simply, this *postulate of predictability* is characteristic of susceptible systems, in the broadest sense of a mechanical interpretation.

To complete the formal construction of general mechanics, which encompasses quantum mechanics, J. L. DESTOUCHES uses a second postulate, that of the *stability* of the predictions, directly responding to a condition that DUHEM formulated thus [[Duhem, 1991](#), 4. *The Mathematics of Approximation*, p. 143]:

[A] mathematical deduction is of no use to the physicist so long as it is limited to asserting that a given *rigorously* true proposition has for its consequence the *rigorous* accuracy of some such other proposition. To be useful to the physicist, it must still be proved that the second proposition remains *approximately* exact when the first is only *approximately* true. And even that does not suffice. The range of these two approximations must be delimited; it is necessary to fix the limits of error which can be made in the result when the degree of precision of the methods of measuring the data is known; it is necessary to define the probable error that can be granted the data when we wish to know the result within a definite degree of approximation.

It is quite remarkable that DUHEM has foreseen this regularity of general mechanics. He did not hide the great difficulty of these “mathematics of approximation”. G. BOULIGAND⁷ fulfilled DUHEM’s wish by specifying the notion of the stability of mathematical propositions; the *displacement modules* of the hypothesis and the conclusion, first defined on distanced sets, were subsequently

⁶[Destouches \[1936\]](#)

⁷[Bouligand \[1936\]](#). This article contains a related, delayed analysis of DUHEM’s ideas on “mathematical deductions not useful for the physicist” and contains a bibliography of the original memoirs.

extended to the neighborhood spaces of FRÉCHET: it is in this last form that J. L. DESTOUCHES introduced stability into general mechanics.

In the old mechanics, the possibility of predicting with certainty, from the initial conditions, the value at any time from different observables attached to a system corresponds to what I proposed to call *legality*⁸.

In quantum mechanics, there is still — except perturbation — symbolic legality in the evolution of the state of a system; but as a general rule, for the observables of this system, an initial certainty delivers only the distribution at all times of the probabilities of the different possible values (*semi-legality*). Classical legality survives only for the first integrals. These two results are combined: thanks to a *suitable* measure, the value of any observable can be predicted at an appropriately chosen isolated instant (FERMI).

Quantum mechanics still has a principle of relativity (to which corresponds a *causal domain* in the sense of BOULIGAND). It is statistically reconciled (EHRENFEST) with the Copernican legality that reigns over the macroscopic regime.

Thanks to these various regularities — and in particular to the stability of the probabilities and certainties that it allows one to state — quantum mechanics — for abstract and symbolic purposes — can logically pass, in the sense of DUHEM, as useful to the physicist: in fact one could no longer do without it today.

All I have done here is to re-read DUHEM with quantum eyes. If it is granted that I have not betrayed his thought, I have been able to pay homage to his sagacity; my purpose, however, was to show, in the light of this great mind, that the study of method is likely to throw light on certain aspects of modern physics.

*Quædam perennis philosophia...*⁹ Would DUHEM have fulfilled LEIBNITZ's wish for some time to come?

References

Georges Bouligand. Sur la répercussion de quelques courants d'idées géométriques en matière de logique et d'enseignement. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, (47):581–588, November 1936. URL <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k17111s/f589.item>.

J. L. Destouches. *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, 22:525, 1936.

René Dugas. *La méthode dans la mécanique des quanta: axiomatique, déterminisme et représentations*. Hermann, Paris, 1935. URL <https://books.google.com/books?id=mzwYAAAAIAAJ>. OCLC: 7084920.

⁸Dugas [1936b,c]

⁹[a certain perennial philosophy]

René Dugas. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 202:336 & 1414, 1936a.

René Dugas. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 203:41, 1936b.

René Dugas. *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, page 1318, 1936c.

René Dugas. La méthode physique au sens de Duhem devant la mécanique des quanta. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, (49):68–71, 1937. URL <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k171124/f72.image>.

Pierre Maurice Marie Duhem. *The Aim and Structure of Physical Theory*. Princeton University Press, Princeton, 1991. ISBN 978-0-691-02524-7. URL <https://archive.org/details/AimStructure>.

Oliver Lodge. *Modern Views of Electricity*. Macmillan and Co., London and New York, 1889. URL <https://archive.org/details/cu31924004129171>. OCLC: 259765720.

Ernst Mach. *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of its Development*. Open Court, Chicago, 1919. URL <https://archive.org/details/scienceofmechani011018mbp>. OCLC: 557634831.

Blaise Pascal. *Pensées*. Hackett Publishing Company, Inc., 2004. ISBN 978-0-87220-717-2. OCLC: 1023329096.

La méthode physique au sens de Duhem devant la mécanique des quanta*

René Dugas[†]

1937

L'étude critique de la méthode scientifique n'offre d'intérêt que si des données permanentes s'en dégagent, qui puissent survivre aux bouleversements entraînés par le développement constant de l'expérience.

Au contact immédiat de la science classique, DUHEM avait défini l'objet et la structure de la théorie physique [Duhem, 2016]. Je me propose de montrer que cette analyse conserve aujourd'hui encore une grande part de sa valeur, en la confrontant avec la mécanique des quanta.

Pour prévenir toute ambiguïté à la lecture des citations, je me conformerai ici au langage de DUHEM; celui-ci emploie toujours le terme de *représentation* dans un sens abstrait et symbolique. Aussi qualifierais-je d'images les éléments comme l'onde et la particule que l'on rencontre en optique ou en mécanique.

Beaucoup de physiciens tiennent à doter ces images d'un sens concret; ils y voient une explication des apparences sensibles, un *modèle* traduisant un aspect de la réalité. Il est alors nécessaire que l'image soit unique dans son domaine de validité: l'onde seule explique les interférences, la diffraction et la polarisation, la particule seule explique l'effet Compton ou l'effet photoélectrique. Les compartimentages de cette nature sont assez courants en physique, et l'appel à des modèles variés offre au sensualiste un moindre mal que le renoncement à toute image concrète.

A l'opposé, l'anti-sensualisme farouche de DUHEM s'exprime ainsi [Duhem, 2016, § V – La Physique anglaise et le modèle, 63.] :

Voici un livre [Lodge, 1889] destiné à exposer les théories modernes de l'électricité. Il n'y est question que de cordes qui se meuvent sur des poulies, qui s'enroulent autour de tambours, qui traversent des perles, qui portent des poids; de tubes qui pompent de l'eau, d'autres qui s'enflent et se contractent; de roues dentées qui engrènent les unes les autres, qui entraînent des crémaillères. Nous pensions entrer dans la demeure paisible et soigneusement ordonnée de la raison déductive; nous nous trouvons dans une usine.

*Dugas [1937]

[†]Ingénieur au Corps des Mines

Pour DUHEM, l'école française s'oppose ici à l'école anglaise, la force et droiture d'esprit — au sens de Pascal — à l'amplitude d'esprit : [Duhem, 2016, § V – La Physique anglaise et le modèle, 58. & 64.]

L'élément qui (chez les physiciens anglais) accompagne presque invariablement l'exposé d'une théorie, c'est, le modèle... L'effort nécessaire (pour suivre ce modèle) est souvent beaucoup plus grand que celui dont le Français a besoin pour comprendre dans sa pureté là théorie abstraite que le modèle prétend incarner.

Je ne suivrai pas DUHEM sur le terrain fragile des nationalités, car la science anglaise compte des idéalistes de marque : NEWTON, qui déclarait qu'en matière scientifique il faut savoir faire abstraction des choses, B. RUSSEL et tout près de nous DIRAC. Je ne discuterai pas non plus du rôle du modèle dans la genèse de la pensée physique, rôle que DUHEM sous-estime peut être¹.

En matière physique, il faut toujours partir de l'expérience pour y revenir : mais dans l'intervalle, et ceci est l'une des idées maîtresses de DUHEM, les exigences de la logique mathématique sont les seules auxquelles le théoricien soit tenu de satisfaire [Duhem, 2016, § IV – La théorie tend à se transformer en une classification naturelle, 39.] :

Lorsqu'au cours d'une théorie optique, nous parlons de vibration lumineuse, nous ne songeons plus au véritable mouvement de va-et-vient d'un corps réel ; nous imaginons seulement une grandeur abstraite, une pure expression géométrique dont la longueur périodiquement variable nous sert à énoncer les hypothèses de l'optique, à retrouver, par des calculs réguliers, les lois expérimentales qui régissent la lumière. Cette vibration est pour nous une représentation et non pas une explication.

Ce point de vue, gratuit dans une certaine mesure en science classique, s'impose en mécanique quantique : l'association de l'onde et de la particule est nécessaire pour résoudre les contradictions, révélées dès l'origine par POINCARÉ, entre la dynamique ordinaire et l'indivisibilité du quantum d'action, hypothèse fondamentale introduite par PLANCK pour rendre compte de la répartition des longueurs d'onde dans le rayonnement du corps noir.

Si la théorie des modèles de BOHR pouvait se borner en apparence à pratiquer une simple sélection dans l'infinité continue des trajectoires classiques de

1. Je ne voudrais pas laisser croire que DUHEM manquaît de libéralisme intellectuel [Duhem, 2016, § X – L'usage des modèles mécaniques doit-il supprimer la recherche d'une théorie abstraite et logiquement ordonnée ?, 184.] :

Le meilleur moyen, dit-il, de favoriser le développement de la science, c'est de permettre à chaque forme intellectuelle de se développer suivant ses lois propres et de réaliser pleinement son type ; c'est de laisser les esprits forts se nourrir de notions abstraites et de principes généraux et les esprits amples s'alimenter de choses visibles et tangibles.

Ce qu'il reproche essentiellement aux sensualistes, c'est de prendre, suivant l'expression de LEIBNITZ, la paille des mots pour le grain des choses.

l'électron planétaire, c'était au prix d'attribuer aux états stationnaires une sorte de stabilité hypermécanique, le processus de transition entre ces états échappant à toute description.

En fait, l'association onde-particule, introduite par L. DE BROGLIE, est indispensable pour intégrer logiquement à la mécanique les conditions des quanta. L'onde et la particule sont, comme l'a montré BOHR, des concepts *complémentaires* dont seule la considération simultanée peut offrir une généralisation naturelle du mode de description classique : à l'une se trouve liée la quantité de mouvement, à l'autre la position d'un élément de matière ou d'un photon. La connaissance simultanée de ces deux données est impossible, dans le domaine où intervient la constante de PLANCK.

Ainsi s'évanouit le rêve de Descartes, auquel DUHEM ne pouvait ajouter foi, car il rejetait toute explication métaphysique « au fond de laquelle gît toujours l'inexpliqué » [Duhem, 2016, § V – *Aucun système métaphysique ne suffit à édifier une théorie physique*, 66.]. Il citait à ce sujet PASCAL [Duhem, 2016, § II – *Les opinions des physiciens sur la nature des théories physiques*, 57.] :

Il faut dire en gros : cela se fait par figure et mouvement, car cela est vrai. Mais de dire quels, et composer la machine, cela est ridicule ; car cela est inutile et incertain et pénible. [Pascal, 1866, art. 24]

Il serait certainement abusif de voir dans cette citation le germe de l'incertitude heisenbergienne et de la valeur exclusivement statistique du déterminisme classique. Il reste que les images de l'onde et de la particule, et corrélativement les éléments conjugués (position et vitesse) de l'axiome copernicien des conditions initiales sont réduits à l'état d'*idéalisations* (au sens de BOHR : abstractions ayant seulement une valeur approchée). Aucune difficulté à cela aux yeux de DUHEM, alors que MEYERSON y voit l'indice du désarroi du physicien.

Il y a plus : la dualité onde-corpuscule est inéluctable. Si de toute évidence le corpuscule ne suffit plus, l'onde n'est pas matérielle, elle ne *pilote* pas le corpuscule, elle n'est pas une onde d'électricité, elle n'est qu'une onde de probabilité, c'est-à-dire une onde essentiellement abstraite quelles que soient ses manifestations, comme les anneaux de DAVISSON et GERMER.

Rappelons à ce sujet que DUHEM réfutait l'existence de tout *experimentum crucis*, ceci en vertu de la transcription symbolique que subit dans la théorie tout fait d'expérience. La réduction à l'absurde, procédé des géomètres, est interdite au physicien « qui n'est jamais sûr d'avoir épuisé toutes les suppositions imaginables » [Duhem, 2016, § III – L'« *Experimentum crucis* » est impossible en Physique, 31.]. C'est ainsi qu'en optique aucune expérience, contrairement à l'affirmation d'ARAGO, ne permet de décider de la nature corpusculaire ou ondulatoire de la lumière. Il en va de même pour la matière, depuis l'introduction des quanta.

Entia non multiplicanda sunt præter necessitatem : cet excellent principe des scolastiques semble perdu de vue en mécanique quantique où l'on a vu naître le photon, l'électron positif, le neutron, etc... Mais en revanche cette théorie établit des connexions entièrement nouvelles entre le problème de la matière et celui

du rayonnement (processus de matérialisation ou de dématérialisation). Ces deux courants contraires sont, d'après DUHEM, caractéristiques de l'évolution de la physique : découverte de nouvelles catégories par le développement de l'expérience, fusion de qualités distinctes par la théorie.

Au sens de DUHEM, la théorie physique ne saurait offrir une *explication* de la réalité. Les symboles mathématiques auxquels elle a recours doivent être distingués des propriétés qu'ils représentent : ils n'ont avec celle-ci « qu'une relation de signe à chose signifiée » [Duhem, 2016, § I – *Quelle est la véritable nature d'une théorie physique et quelles opérations la constituent*, 9.].

Cette restriction nous est indispensable en mécanique quantique : l'algèbre des états et des observables, édifée par DIRAC et fondement rationnel de l'axiomatique quantique, est de toute évidence une doctrine des plus abstraites.

L'algèbre des états se traduit par le fait que « l'espace des états » est un espace de HILBERT. L'algèbre des observables déroge à l'algèbre ordinaire du fait que la commutativité de la multiplication ne s'y vérifie pas toujours. L'observable agit sur l'état comme une transformation dans l'espace de HILBERT.

Les *opérateurs* que l'on rencontre en mécanique quantique ne sont pas tous doués de sens physique ; les observables elles-mêmes ne sont que des objets du second ordre, analogues rationnels d'objets du sens commun².

C'est en règle générale par les probabilités des différentes valeurs possibles, d'une observable que cette algèbre symbolique se raccorde à l'expérience. Toutefois il existe des cas privilégiés où l'on peut énoncer une certitude : mesure d'une observable dans un état propre, répétition immédiate d'une mesure.

Probabilités et certitudes doivent être considérées au même titre dans l'interprétation physique de la théorie : il serait aussi arbitraire de réduire la mécanique quantique aux seuls *cas purs* où une certitude s'énonce immédiatement que de nier le caractère privilégié de ceux-ci en assimilant la mécanique quantique à un simple jeu de dés³.

Je passe sous silence le débat relatif à l'absence ou à l'existence d'une réalité objective indépendante de l'observateur, du fait des perturbations essentielles qui affectent certaines mesures ; la question, au sens de DUHEM, ne se pose pas ou plus exactement appartient au domaine métaphysique où il se refuse à pénétrer.

Je ne dissimule pas qu'à première vue les caractères généraux de la mécanique quantique, schématisés ici à l'excès, peuvent à certains égards heurter le sens commun. Mais celui-ci n'a jamais dicté que la physique d'ARISTOTE et celle des scolastiques [Duhem, 2016, § V – *Les hypothèses ne peuvent être déduites d'axiomes fournis par la connaissance commune*, 160.] :

Ce que nous enseigne l'expérience de chaque jour, c'est qu'une voiture qui n'est pas attelée demeure immobile ; c'est qu'un cheval qui développe un effort constant entraîne le véhicule avec une vitesse constante.

2. Pour un résumé élémentaire de l'axiomatique de Dirac, cf. Dugas [1935].

3. Dugas [1936a]

Rappelant ceci, DUHEM conclut qu'il est illusoire de penser extraire les axiomes de la connaissance commune. Pour concevoir le principe de l'inertie il fallait en effet faire abstraction des phénomènes de frottement qui dominent la traction vulgaire.

Si les axiomes de la mécanique ne découlent pas du sens commun, s'ils constituent déjà des abstractions, ils réclament cependant le « contrôle perpétuel de l'expérience » [Mach, 1904, p. 230].

Ce serait se comporter en scolastique moderne que de vouloir se refuser *a priori* à la révision des axiomes qu'entraîne nécessairement la considération des expériences sur la structure des raies spectrales.

Cette révision des valeurs porte essentiellement sur l'axiomatique copernicienne. Bien loin d'enlever toute portée au langage exclusivement mathématique de la mécanique rationnelle classique, elle nous en révèle l'extraordinaire fécondité.

Dans l'arsenal des théorèmes de LAGRANGE, HAMILTON, JACOBI, la physique quantique a trouvé la base de départ dont elle avait besoin ; l'équation de JACOBI, sous forme classique ou relativiste, domine la théorie des modèles de BOHR ; l'équation de SCHRÖDINGER prolonge celle de JACOBI. Une nouvelle preuve est apportée par la formulation de la mécanique quantique à l'aide d'une extension des crochets de Poisson : une notation sans valeur intrinsèque de la mécanique analytique classique devenant, grâce à un postulat restrictif sur la commutativité de la multiplication, un outil essentiel permettant d'écrire les équations du mouvement sans la connaissance préalable de variables canoniques.

Cet ensemble de circonstances : renoncement aux axiomes, permanence ou adaptation facile du symbolisme, est à rapprocher de la déclaration suivante de DUHEM [Duhem, 2016, § I – Rôle des classifications naturelles et des explications dans l'évolution des théories physiques, 10.] :

Lorsque les progrès de la physique expérimentale mettent la théorie en défaut, lorsqu'ils obligent à la transformer ou à la modifier, la partie purement représentative entre presque entière dans la théorie nouvelle, lui apportant l'héritage de tout ce que la théorie ancienne possédait de plus précieux, tandis que la partie explicative tombe pour faire place à une autre explication.⁴

Pour faire admettre dans ce qui précède plusieurs des nouveautés quantiques, nous avons dû invoquer souvent la largeur des vues de DUHEM. Énumérons maintenant les conditions qu'il impose au choix des hypothèses d'une théorie physique.

Ces conditions sont au nombre de trois : pas de contradiction interne, pas de contradictions mutuelles, accord *global* avec l'expérience.

4. On pourrait appeler progrès « horizontal » le développement d'une théorie dans un cadre déterminé d'axiomes. Le progrès « vertical », l'évolution en profondeur, résiderait au contraire dans la révision des axiomes, en mathématique pure aussi bien qu'en mécanique.

Il n'est pas exclu qu'en dépit d'une évolution verticale les algorithmes anciens demeurent utilisables, moyennant au besoin certaines adaptations : le domaine de la théorie nouvelle s'étend alors horizontalement d'une manière immédiate, grâce à cette conservation du symbolisme.

Je souligne le mot global, essentiel dans l'esprit de DUHEM : liberté complète du symbolisme, à la seule condition de satisfaire aux exigences de la logique mathématique ; pas d'*experimentum crucis* qui sauve une hypothèse au détriment des autres.

Logique tout autant que la mécanique classique, mais abstraite au point de défier toute interprétation sensualiste, la mécanique quantique se justifie globalement par le domaine expérimental, d'ailleurs considérable, dont elle offre une transcription symbolique.

J'en arrive maintenant à l'illégalité quantique, c'est-à-dire aux dérogations qu'entraîne la nouvelle mécanique au déterminisme copernicien.

L'axiome copernicien des conditions initiales étant détruit par l'impossibilité de mesurer simultanément, par exemple, la coordonnée x d'une particule à un degré de liberté et sa quantité de mouvement p , l'axiome quantique correspondant part d'une *observation maximum*, incomplète au sens copernicien : en l'espèce la mesure d'une seule fonction arbitraire $F(x, p)$. En particulier l'état initial de cette particule peut être spécifié par la seule mesure de x . Cette analogie scolastique est d'ailleurs fragile et ne résiste pas à une incertitude sur la mesure de x .

M. J. L. DESTOUCHES invente alors le postulat essentiel suivant : à partir de l'observation maximum spécifiant l'état initial du système, il doit être possible d'énoncer des prévisions⁵.

Je n'ai pas trouvé trace, dans Duhem [2016], d'une hypothèse déterministe de ce genre. Il serait contraire à sa pensée de voir dans un tel critère un attribut de la réalité physique. Plus simplement, ce *postulat de prévisibilité* est caractéristique des systèmes susceptibles, au sens le plus large d'une interprétation mécanique.

Pour achever la construction formelle de la mécanique générale, qui englobe la mécanique quantique, M. J. L. DESTOUCHES a recours à un second postulat, celui de la *stabilité* des prévisions, répondant directement à une condition que DUHEM formulait ainsi [Duhem, 2016, § IV – Les mathématiques de l'à-peu-près, 53.] :

Une déduction mathématique est inutile au physicien, tant qu'elle se borne à affirmer que telle proposition, rigoureusement vraie, a pour conséquence l'exactitude rigoureuse de telle autre proposition. Pour être utile au physicien, il lui faut encore prouver que la seconde proposition est à *peu près* exacte lorsque la première est à *peu près* vraie. Et cela ne suffit pas encore : il lui faut délimiter l'amplitude de ces deux à peu près ; il lui faut fixer les bornes de l'erreur qui peut être commise sur le résultat, lorsqu'on connaît le degré de précision des méthodes qui ont servi à mesurer les données ; il lui faut définir le degré d'incertitude que l'on pourra accorder aux données, lorsqu'on voudra connaître le résultat avec une approximation déterminée.

Il est tout à fait remarquable que cette régularité de la mécanique générale ait été prévue par DUHEM. Celui-ci ne dissimulait pas la grande difficulté de

5. Destouches [1936]

ces « mathématiques de la peu près ». M. G. BOULIGAND⁶ a comblé le vœu de DUHEM en précisant la notion de stabilité des propositions mathématiques ; les *modules de déplacement* de l'hypothèse et de la conclusion, d'abord définis sur des ensembles distancés, ont été étendus par la suite aux espaces à voisinages de M. FRÉCHET : c'est sous cette dernière forme que M. J. L. DESTOUCHES a introduit la stabilité en mécanique générale.

Dans les mécaniques anciennes, la possibilité de prévoir avec certitude, à partir des conditions initiales, la valeur à tout instant des différentes observables attachées à un système correspond à ce que j'ai proposé d'appeler *légalité*⁷.

En mécanique quantique, il y a encore — sauf perturbation — légalité symbolique dans l'évolution de l'état d'un système ; mais en règle générale, pour les observables de ce système, une certitude initiale ne livre que la distribution à tout instant des probabilités des différentes valeurs possibles (*semi-légalité*). La légalité de style classique ne subsiste que pour les seules intégrales premières. Ces deux résultats se conjuguent : grâce à une mesure *convenable*, on peut prédire la valeur d'une observable quelconque à un instant isolé convenablement choisi (FERMI).

La mécanique quantique comporte encore un principe de relativité (auquel correspond un *domaine de causalité* au sens de M. BOULIGAND). Elle se réconcilie statistiquement (EHRENFEST) avec la légalité copernicienne qui règne sur le macroscopique.

Grâce à ces diverses régularités — et en particulier à la stabilité des probabilités et des certitudes qu'elle permet d'énoncer — la mécanique quantique — pour abstraite et symbolique qu'elle soit — peut logiquement passer, au sens de DUHEM, pour utile au physicien : de fait celui-ci ne saurait plus aujourd'hui s'en passer.

Je n'ai fait ici que relire DUHEM avec des yeux quantiques. Si l'on m'accorde de n'avoir pas trahi sa pensée, j'ai pu rendre hommage à sa sagacité ; mon propos était toutefois de montrer, à la lumière de ce grand esprit, que l'étude de la méthode est de nature à éclairer certains aspects de la physique moderne.

Quædam perennis philosophia... Ce vœu de LEIBNITZ, DUHEM l'aurait-il comblé pour quelque temps encore ?

Références

Georges Bouligand. Sur la répercussion de quelques courants d'idées géométriques en matière de logique et d'enseignement. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, (47) :581–588, November 1936. URL <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k17111s/f589.item>.

J. L. Destouches. *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, 22 :525, 1936.

⁶. Bouligand [1936]. Cet article contient une analyse délaï liée des idées de DUHEM en matière de « déductions mathématiques inutiles au physicien » et renferme la bibliographie des mémoires originaux.

⁷. Dugas [1936b,c]

- René Dugas. *La méthode dans la mécanique des quanta : axiomatique, déterminisme et représentations*. Hermann, Paris, 1935. URL <https://books.google.com/books?id=mzwYAAAAIAAJ>. OCLC : 7084920.
- René Dugas. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 202 :336 & 1414, 1936a.
- René Dugas. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 203 :41, 1936b.
- René Dugas. *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, page 1318, 1936c.
- René Dugas. La méthode physique au sens de Duhem devant la mécanique des quanta. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, (49) :68–71, 1937. URL <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k171124/f72.image>.
- Pierre Duhem. *La théorie physique : son objet, sa structure*. ENS Éditions, Lyon, August 2016. ISBN 978-2-84788-834-8. URL <https://books.openedition.org/enseditions/6077>. OCLC : 962357365.
- Oliver Lodge. *Modern Views of Electricity*. Macmillan and Co., London and New York, 1889. URL <https://archive.org/details/cu31924004129171>. OCLC : 259765720.
- Ernst Mach. *La mécanique : exposé historique et critique de son développement*. A. Hermann, Paris, 1904. URL <https://books.google.com/books?id=PGMSAAAAIAAJ&pg=PA230>. OCLC : 654653475.
- Blaise Pascal. *Pensées*. d'E. Havet, Paris, 1866. URL <http://www.penseesdepascal.fr/Raisons/Raisons3v-moderne.php>.