BULLETIN DE PHILOSOPHIE DES SCIENCES PHYSIQUE MATHÉMATIQUE*

III. — La notion de probabilité

Fondements de la notion de probabilité. — La première édition de l'ouvrage du prof. JEFFREYS (1) ne nous étant pas parvenue, nous recensons la seconde telle qu'elle se présente. L'A. récapitule lui-même les points essentiels de sa démarche (§ 8. 6). *Principaux postulats.* Le probable a pour fondement une notion de sens commun : celle de croyance raisonnable, autrement dit d'option fondée ou de vraisemblance. Le probable est susceptible d'addition ; cependant l'expression numérique de cette additivité, ajoute au postulat une convention, parce qu'on peut remplacer la mesure du probable par une fonction monotone quelconque de cette mesure. Le probable est susceptible de multiplication : d'où résulte (théorème et non postulat) la loi de la probabilité inverse. La probabilité *a priori* doit, en l'absence de tout renseignement, être prise uniforme et égale à 1/2. *Principaux résultats.* On peut, de la probabilité elle-même, inférer les résultats obtenus sans avoir recours à une fréquence obtenue par passage à la limite. Théorie de l'estimation : rectification des paramètres d'une loi de probabilité à partir de tests effectués, et prévisions relatives à de nouveaux tests ; mais sans faire état de la probabilité *a priori* inconnue par hypothèse, à la différence de ce qui se passe dans la théorie des probabilités directes. Théorie de la signification : que peut-on inférer de l'expérience relativement à la validité de la loi supposée ; et non plus seulement, comme dans le cas de l'estimation, le degré d'exactitude de cette loi. Autrement dit, détermination d'un critère précis permettant de discerner si, de données expérimentales, on doit conclure qu'il faut seulement modifier les valeurs des paramètres de la loi supposée vraie, ou bien augmenter le nombre des paramètres c'est-à-dire changer la structure de la loi. L'estimation n'est qu'un cas particulier (by product) de la signification, *et ne s'y oppose pas contradictoirement.* Théorie de la déduction à partir d'une loi très probable. — Par ces listes qui ne sont cependant que des schémas fort

* Cf. *Rev. Sc. ph. th.*, 35 (1951), p. 152-169.

(1) H. JEFFREYS, *Theory of Probability*, 2e éd., Oxford, Clarendon Press ; in-8, 1948, VII-411 pp. Cet ouvrage fait partie de la collection : « The international Series of Monographs on Physics ».

abrégés, on voit l'ampleur de la matière traitée. L'ouvrage se donne pour une monographie ; il présente en effet, malgré sa grande étendue, les avantages et les inconvénients de ce genre littéraire : densité, compacité, mais analyse parfois sommaire à l'excès qui entraîne çà et là des redites et quelques longueurs (7. 2 et 7. 5 reprennent le même argument à plusieurs reprises). L'ouvrage ne suppose ni ne conduit à aucune option philosophique générale ; il n'examine pas non plus la question du fondement de l'induction ; cela est d'ailleurs tout à fait légitime.

Ne pouvant entrer dans une analyse très détaillée, nous nous bornerons à deux séries de remarques, concernant respectivement l'aspect technique et l'aspect épistémologique de l'ouvrage. *Au point de vue technique,* signalons quatre points. Indication explicite des conditions dans lesquelles on doit se placer si on veut parler d'une probabilité d'une manière précise... L'examen de ces conditions est primordial pour discuter la portée *réelle* de la probabilité inverse, sur quoi J. apporte beaucoup de lumière. La graphie, simple, qui rappelle toujours ces conditions est donc fort utile. — La distinction et la liaison organique des deux théories de l'estimation et de la signification est certainement la plus profonde et la plus importante des contributions qu'apporte J. Il montre avec une pénétrante rigueur que les critères de Fisher et de Pearson, pour « décider » si on doit conserver la loi ou en former une nouvelle, entraînent un double inconvénient : une hypothèse qui peut être vraie peut être rejetée parce qu'elle n'a pas prévu des résultats non obtenus ; le rapport de la valeur critique (probabilité maximum qui définit le nombre minimum d'erreurs) à l'unité d'écart croît avec le nombre d'expériences : on ne voit donc pas comment « décider » de la valeur critique maximum compatible avec la conservation de la loi en assignant à cette valeur une borne numérique supérieure. La méthode de J., qui est fondée sur la probabilité inverse et qui fait intervenir une probabilité *a priori* commune à toutes les hypothèses, évite ces difficultés. L'intérêt épistémologique de la démarche de J., sur quoi nous reviendrons tout à l'heure, est double : elle donne à la loi comme telle la place primordiale qui lui revient : les données expérimentales sont en effet rendues intelligibles par la *forme* de la loi et non par la connaissance de l'approximation avec laquelle la loi s'applique ; elle confirme d'autre part l'une par l'autre cette valeur de la loi, et celle de l'équiprobabilité. En tout cela, J. fait un judicieux usage de l'axiomatique et du formalisme : sans tomber cependant dans l'écueil commun à ces deux tendances, à savoir le nominalisme. J. rappelle fort opportunément à plusieurs reprises que la mesure d'une réalité ne doit pas être confondue avec cette réalité elle-même : le probable n'est pas la fréquence. D'autre part, J. fait l'application de sa théorie à des cas réels empruntés aux domaines les plus variés de l'expérimentation scientifique, et dont chacun présente en lui-même un grand intérêt (2). Signalons quelques points à

(2) Le traité de Borel ou le récent ouvrage de H. Cramer, plus poussés d'un point de vue analytique, n'offrent rien d'analogue à ce type d'équilibre : rigueur de la construction d'ensemble, précision concrète.

améliorer. A propos du paradoxe de Pétersbourg (*1. 3*), trop de détails pour suggérer que la valeur de jouissance attachée à une chose est différente de son estimation fiduciaire ; il eût mieux valu énoncer et discuter au moins sommairement la *vraie* question : un événement de probabilité très faible ne se réalise pratiquement pas à l'échelle humaine. — J. paraît faire (*222*) ce qu'il critique par ailleurs chez Fisher et Pearson : fixation d'une borne numérique pour départager les deux classes de cas qui postulent la conservation ou bien la non conservation de la loi. Force est bien de fixer une borne numérique, arbitrairement, quand on veut départager des mesures. Seulement, il convient que la quantité à laquelle on assigne cette borne ait une signification intrinsèque par rapport au phénomène envisagé : c'est seulement sur ce second point qu'il convenait de faire porter la critique. — Enfin la double justification donnée par la loi de probabilité *a priori* (dv/v) ne doit pas en faire oublier le caractère relatif. Que cette loi soit en accord avec les axiomes, et qu'elle récapitule l'ensemble des lois *du type particulier* v^n n'ôte pas qu'elle est seulement une hypothèse.

Au point de vue épistémologique, c'est la notion de probable qui nous retiendra. On peut l'envisager de deux façons : soit comme constituant un principe particulier, soit comme un principe, semblable à d'autres, d'épistémologie scientifique. En ce qui concerne le probable lui-même, nous présenterons trois remarques. Tout d'abord nous sommes en complet accord avec J. et nous avons fait des critiques allant dans le même sens que les siennes en recensant le livre de von Mises (3). La théorie de la fréquence est incapable de remplacer ou même de fonder la notion de probable qui est irréductible. La discussion serrée du chap. VII établit ce résultat d'une manière toute pratique, mais péremptoire. Les partisans de la « fréquence » ou de la « population infinie » peuvent bien remplacer l'équiprobabilité par un postulat tant qu'ils ne font que construire une théorie ; mais quand ils *appliquent* les résultats de cette théorie, ils doivent supposer une équiprobabilité valable pour les *prévisions*, et qu'il est impossible de prouver par les expériences antécédentes. Il y a donc là une confirmation *a posteriori*, décisive, de l'impossibilité de résorber le « probable » dans l'empirisme pur. — La signification profonde de cette impossibilité, et ce sera notre seconde remarque, permet d'ailleurs de le prévoir *a priori*. Le rapport de la théorie et de l'application se greffe sur le rapport de l'abstrait au concret. Il est impossible de ne pas abstraire quand on veut coordonner l'expérience sous forme de théorie ; et il est impossible, quand on veut appliquer une théorie, de ne pas affirmer qu'il y a correspondance de l'abstrait au concret : *cette correspondance ne pouvant évidemment être*

(3) *Rev. Sc. ph. th.*, avril 1937, pp. 331-336. Nous ne reprenons pas ces remarques : elles suivaient l'analyse théorique de von Mises et montraient, par voie théorique et dans l'ordre des principes, que la théorie de v. M. n'arrive pas à fonder ce qu'elle prétend fonder. J. se place au point de vue de l'utilisation, mais il aboutit à la même conclusion.

inférée de la théorie elle-même, parce que la théorie comme telle qui est un abstrait ne dit pas formellement relation au concret (4). Une théorie des probabilités qui prétend ne rien tirer que de l'expérience n'est plus une théorie et devient inefficace pour la prévision. Mais il convient d'ajouter que cette correspondance de l'abstrait et du concret, que tous admettent *en fait,* ne supprime pas la diversité des théories. La critique de J. n'est peut-être pas assez compréhensive sur ce point. Certains esprits, en effet, préfèrent considérer les principes, d'autres les conséquences ; or le rapport de principe à conséquence est autre que le rapport abstrait-concret : on peut envisager les conséquences tout comme les principes soit en eux-mêmes abstraitement, soit dans leur portée concrète. Nous préférons, avec J., considérer les principes ; mais nous croyons que les critiques que s'adressent mutuellement les partisans du « vraisemblable » et les partisans de la « fréquence » viennent surtout de la confusion entre ces deux rapports d'essence différente : principe-conséquence, abstrait-concret. Les partisans de l'équiprobabilité élémentaire (principe) n'ont jamais pensé, comme on semble le leur prêter, que cette notion fût exclusivement abstraite ; ils disent simplement que l'expérience est, en droit, incapable de fournir une détermination rigoureuse de la probabilité élémentaire. Et comme il faut, dans le développement formel, une valeur déterminée, on doit fixer une valeur : et c'est un postulat. Mais ce n'est pas un postulat sans fondement ; et on modifiera la probabilité élémentaire relative à un type particulier d'expérience, en sorte que ce type ne fasse pas exception à la loi plus générale du probable. On part donc de l'abstrait, mais on le retouche pour l'ajuster à l'expérience. L'erreur serait de croire qu'il n'y a qu'un abstrait, fondant adéquatement un calcul efficace. En retour, les partisans de la fréquence (conséquence) ne devraient pas l'assimiler à une limite. J. remarque fort justement (*7. 01*) que dans la suite qui conduit à la limite au sens mathématique, chaque terme se déduit des précédents par une loi ; tandis que la suite dans laquelle on observe une fréquence ne présente jamais ce caractère. Quelle que soit l'ingéniosité des procédés de sélection, on ne changera jamais une fréquence en limite. Ne vaudrait-il pas mieux le reconnaître ? et reconnaître, corrélativement, qu'on doit affirmer la correspondance entre limite et fréquence comme un *fait* non justifié théoriquement : ici, on part de l'observation et on doit l'organiser pour y trouver le fondement adéquat de la théorie. En un mot, cette correspondance entre l'abstrait et le concret ne peut être ni démontrée ni observée : les partisans de l'exclusive en faveur de l'observation ne reconnaissent pas ce qu'ils doivent ajouter pour remonter à la théorie ; les partisans d'un fondement seulement abstrait — en fut-il jamais ? — ne sont pas tous aussi conscients que J. de ce qu'il faut adjoindre pour déboucher sur l'observable. Qu'on considère le principe (probabilité élémentaire) ou la

(4) Il y aurait beaucoup à dire. En philosophie comme en science l'idéalisme et le surréalisme sont des fruits également décevants de l'omission d'une vérité élémentaire : l'homme tel qu'il est en ce monde ne peut penser que par abstraction.

conséquence (limite, fréquence), la correspondance entre l'abstrait et le concret est toujours un postulat original. L'erreur est soit de le nier soit de refuser de voir en quel sens l'adversaire l'admet. Cela exclu, il nous paraît légitime de faire jouer ce postulat du côté de la conséquence, bien que nous préférions, avec J., le faire jouer dès le principe. — Enfin, dernière remarque concernant le probable en lui-même, la différence entre fréquence et limite, qui correspond à la différence entre concret et abstrait, exprime cette différence non d'une manière quelconque mais en fonction de la temporalité. J. frôle cette question, sans l'examiner, en deux endroits : *8. 0* indique un cas particulier où la probabilité peut être envisagée comme une fréquence ; *1. 8* avait précisé que la valeur probable n'est voisine des valeurs effectivement obtenues que si les valeurs possibles n'ont qu'un seul point d'accumulation. Mais il est en général possible de « séparer » les points d'accumulation (s'il y en a plusieurs) ; et alors ne serait-il pas possible de remplacer toujours la probabilité par la fréquence ? Nous ne le pensons pas. Cela reviendrait, avec le vocabulaire que nous employons, à assimiler limite et fréquence. On peut le faire ; mais on change alors l'acception du mot limite. Un ensemble non fini peut être : ou bien défini par une loi de succession qui détermine un terme en fonction des précédents, ou bien considéré comme *actualisé,* tous ses termes existant simultanément. Supposé qu'il existe des éléments limites, on dira dans le premier cas qu'il y a *convergence vers* l'élément limite ; *cet élément limite est lié à la loi de succession* : il peut en dépendre quant à l'existence et quant à la valeur. Dans le second cas, on dit qu'*il y a* un élément limite ; cet élément n'est lié qu'à l'ensemble et *indépendant de toute loi de succession.* A ce second point de vue, la différence entre limite et fréquence (signalée par J. en *7. 04* : existence ou non existence de la loi de succession des termes) est en droit supprimée. Une suite observée n'a pas de limite au premier sens ; mais elle a un point d'accumulation, c'est-à-dire une limite au second sens ; et cette limite c'est la probabilité élémentaire. Ne suffirait-il donc pas de prendre la seconde acception du mot limite pour justifier le point de vue de von Mises ? Non, pour deux raisons. D'abord, considérer l'ensemble *actualisé* de toutes les valeurs possibles suppose ces valeurs réalisées ; ce qui suppose leur équiprobabilité ; l'« actualisation » ne permet donc pas de trancher en faveur d'un point de vue ou de l'autre. En second lieu, l'« actualisation » est possible et éclairante d'un point de vue purement théorique (5) ; mais il est clair que dans la détermination concrète d'une fréquence, les expériences faites sont en nombre fini ; *et on ne sait jamais comment leur ensemble se situe par rapport à l'ensemble total.* Par suite ces expériences ne peuvent fournir une détermination rigoureuse du point d'accumulation qui est, lui, lié à l'ensemble total. Il sera évidemment raisonnable de *choisir* une limite en harmonie avec la fréquence observée ; mais ce choix réintroduit le passage du concret à l'abstrait. Si les valeurs observées se succédaient en telle façon qu'il n'y eût qu'une seule acception

(5) De récents mémoires de M. Fréchet vont dans ce sens.

du mot limite (ou, ce qui revient au même, si on savait comment les valeurs déjà observées se situent par rapport à l'ensemble de toutes les valeurs ultérieurement observables), la fréquence concrète fournirait la limite. Mais la temporalité disloque cette coïncidence : l'ordre de pure succession entre les expériences faites n'est pas l'ordre qu'il faudrait établir entre les valeurs fournies par ces expériences pour que ces valeurs convergent vers une limite (au premier sens). C'est ce que nous exprimions ci-dessus en disant que l'irréductibilité entre le concret et l'abstrait se trouve ici exprimée en fonction de la temporalité.

Terminons par quelques observations rapides concernant l'équiprobabilité comme principe d'épistémologie scientifique. Rappelons que le rapport entre probabilité et fréquence est fort heureusement comparé par J. au rapport entre réalité et mesure. Nous avons déjà noté la portée considérable de cette remarque (cf. l'ouvrage de M. Daujat). J. estime que le probable est une notion trop simple pour être définie ; et que, comme toutes les notions primitives, elle est en partie d'origine subjective (*8. 1*). Ce n'est pas le lieu de nous étendre sur le *probable semblable du vrai* (vraisemblable, reasonable belief), mais nous croyons avec J. qu'il constitue le fondement irremplaçable de toute épistémologie réelle du probable... Enfin, on est frappé de l'harmonie qui existe entre la conception que J. se fait de l'équiprobabilité et la manière dont il traite des rapports entre la loi et l'observation. Une observation permet d'éprouver une loi et de prévoir le résultat d'autres observations ; de ces deux fonctions c'est la première qui est la plus importante, parce qu'elle fait *connaître*. Semblablement, la supériorité de la probabilité sur la fréquence, c'est qu'elle est un élément de connaissance et pas seulement un élément de prévision. J. montre (*1. 9 ; 8. 7*) que la théorie qu'il développe n'exclut ni le réalisme ni l'idéalisme, mais seulement le solipsisme. On peut ajouter qu'elle s'oppose à l'empirisme et qu'elle constitue une très belle contribution d'une technique assez abstraite à la sagesse.

Les judicieuses remarques de M. Gendre (6) complètent celles de M. Jeffreys. Le calcul des probabilités, *comme calcul*, n'apporte aucune contribution à l'élaboration du « probable ». G. rappelle opportunément des distinctions que l'équivoque à peu près constante entre mathématiciens et philosophes tend à faire oublier. Différence d'essence entre : 1) les lois de probabilité et la loi approchée ; 2) la fortuité *objective*, le probable c'est-à-dire la connaissance que *nous* avons de la réalité fortuite, la *mesure* du probable ; 3) la probabilité *a priori*, qui est un coefficient abstrait, et son applicabilité concrète ; 4) le pourquoi et le comment. G. note également quelques faits bien connus : 1) le « théorème de Bernoulli » et la « loi des écarts » *ne démontrent pas* : car ils supposent respectivement

(6) J.-L. Gendre, *Introduction à l'étude du jugement probable.* Paris, PUF, 1947; in-8, 90 p.

l'équiprobabilité et la limitation relative de l'écart qui sont l'une et l'autre *constatées*, non démontrées ; 2) une probabilité continue dépend du choix de la probabilité élémentaire ; 3) un « coup unique » n'a pas de probabilité. — En retour, il n'eût pas été superflu de discuter l'épistémologie de Schopenhauer en ce qui concerne la « raison suffisante » et la cause (21). — Revenons à la thèse elle-même. G. n'a pas de peine à montrer qu'en fait l'applicabilité du calcul des probabilités suppose l'observation d'une fréquence. On passe du « statistique » au « statistique », non d'une probabilité *a priori* à la réalité. Cette correspondance, établie par le calcul, entre ce qui a été mesuré et ce qui sera mesuré est la même que la correspondance établie par l'induction entre ce qui a été observé et ce qui sera observé. G. en conclut que le calcul des probabilités ne soulève pas d'autre question que l'induction, et qu'il ne fait pas pénétrer dans la nature du probable. Conclusion incontestable, si on considère le calcul lui-même, formellement. Ce point de vue est celui du mathématicien, mais le philosophe ne saurait s'y tenir : ce qui fait question, c'est le calcul envisagé dans son rapport à la réalité. A ce point de vue, il est vrai, le calcul « réussit », comme l'induction « réussit » ; mais il faut maintenir que les deux cas s'éclairent profondément l'un par l'autre, loin que le calcul soit un simple cas particulier. Bornons-nous à deux remarques dans ce sens. L'induction de la science classique relie deux phénomènes qui sont toujours caractérisés *qualitativement* (même lorsqu'ils sont, par ailleurs mesurés). L'induction que constitue le calcul des probabilités porte sur la *quantité* exclusivement ; la loi des grands nombres est bien de type inductif : du moins concerne-t-elle le *nombre*. Cela montre que l'induction, dominant qualité et quantité, est en quelque sorte transprédicamentale : un philosophe ne saurait l'ignorer. En second lieu, la structure du raisonnement inductif se trouve confirmée par la relation du « statistique » au « statistique ». Le rôle joué, en induction, par le médium-idée est en effet joué, dans l'application du calcul des probabilités, par la probabilité élémentaire. L'hypothèse-idée est un abstrait en regard de la colligation qui la fonde aussi bien que des expériences qu'elle dirige et qui la confirment ; mais c'est la médiation de cet abstrait, entre deux concrets qui assure l'unité et l'originalité du raisonnement inductif. Pareillement, la probabilité élémentaire n'est pas une fréquence : G. insiste à bon droit sur une différence de nature que nous avons explicité ci-dessus ; mais il faut ajouter que la probabilité élémentaire joue le rôle d'un véritable médium entre la fréquence déjà observée et la fréquence à observer. Probabilité élémentaire et fréquences sont des nombres, d'autant plus voisins que le phénomène décrit est mieux connu. Le calcul des probabilités (en tant qu'il s'applique) est une induction jouant dans la pure quantité ; il est très cohérent que la valeur de cette induction s'exprime, non plus par la médiation d'une hypothèse-idée, mais par une convergence de nombres. Cela confirme que l'induction est transprédicamentale, aussi bien dans son économie interne que dans sa portée générale. Pour reprendre l'heureuse distinction de G., la *mesure du probable* élargit la *connaissance* *que nous avons* de la réalité fortuite ; et, cet élargissement étant de nature métaphysique, il nous renseigne sur la *fortuité objective* elle-même. Le calcul des probabilités (en tant qu'il s'applique) apporte donc à l'épistémologie du probable une contribution indirecte mais irremplaçable.

Les mêmes observations s'appliquent à deux ouvrages, alertes et lucides, de M. P. SERVIEN (7). L'A. dénonce, par des analyses détaillées et perspicaces, les regrettables confusions dont nous avons déjà parlé : les « dés en l'air » dont le calcul des probabilités compte les faces et leurs combinaisons, ne sont pas les « dés retombés » qui seuls intéressent le hasard véritable ; le « choix » qui intervient dans les probabilités arithmétiques de M. Borel n'a rien à voir avec la notion psychologique ou métaphysique de choix ; l'égalité, toujours abstraite, puisque jamais constatée, est d'une autre nature que l'inégalité constatée, qui tient à nos instruments de mesure : c'est du mélange de ces deux choses que naît la notion hybride de quantum. En un mot, « le hasard est un choix *objectif* de la *nature* qui n'est pas toujours le même » (cette définition nous paraît très juste) ; le calcul des probabilités ou la mécanique des quanta opèrent sur des *mesures* qui sont des *abstraits*. On ne doit confondre ni ces deux réalités ni les deux types de langage qui leur sont appropriés. Tout cela est très juste et il est opportun de le rappeler. Mais qu'on ne pense pas, ainsi, avoir résolu la question. Car, entre les « dés en l'air » et les « dés retombés », il y a, *en fait*, un rapport de causalité : ce sont bien les « dés en l'air » qui deviennent les « dés retombés ». C'est à l'analyse de ce rapport, envisagé strictement au point de vue quantitatif, que le calcul des probabilités apporte une contribution irremplaçable.

La probabilité dans sa relation à la physique. — L'ouvrage de M. BORN (8) est celui d'un maître. Dix chapitres, le premier et le dernier plus philosophiques, exposent le développement de la physique moderne en tant qu'il concerne les deux notions de causalité et de probabilité. 36 appendices, occupant 81 pages, donnent les démonstrations mathématiques des résultats utilisés dans le texte. La partie technique de cet ouvrage est d'une extrême précision et d'une grande clarté : elle rendra un très grand service à toutes les personnes qui, s'intéressant à la physique ou chargées de l'enseigner, n'ont pas la possibilité de recourir aux sources. Nous ne pouvons nous étendre ici sur cet aspect ; mentionnons cependant, à titre d'exemples particulièrement suggestifs, deux élaborations originales (9). La première concerne la notion d'entropie : on la rattache

(7) P. SERVIEN, *Hasard et probabilités*, Paris, PUF, 1949 ; in-8, 137 pp. — P. SERVIEN, *Probabilités et Quanta*. Paris, Hermann, 1948 ; in-8, 71 pp. (*Actualités scientifiques*, n. 1042).

(8) M. BORN, *Natural Philosophy of Cause and Chance*. Oxford, Clarendon Press, 1948 ; in-8, VIII-215 pp.

(9) A quoi on pourrait ajouter la démonstration des relations d'incertitude. Mais von Neumann est allé plus loin dans ce sens.

d'ordinaire au cycle décrit par un hypothétique système thermique qui constitue un curieux mélange d'abstrait et de concret. B., utilisant une remarque de M. Carathéodory, montre que l'entropie est le corrélat physique d'une propriété mathématique (10). En second lieu, B. propose une résolution du paradoxe de Loschmidt. Comment la mécanique statistique, qui part d'équations réversibles quant aux vitesses, peut-elle aboutir à une loi irréversible ? Cela vient de la disparité des traitements analytiques concernant respectivement deux groupes de molécules, l'un ou l'autre de ces groupes pouvant d'ailleurs être réduit à une molécule unique. Pour l'un de ces groupes, on cherche à décrire les comportements individuels et on applique les lois déterministes ; pour l'autre groupe, on doit supposer qu'on ignore les comportements individuels, on doit par suite appliquer les lois statistiques. L'irréversibilité est-elle donc l'expression de notre ignorance ? Oui, selon B. ; en ajoutant toutefois que cette ignorance, en droit irréductible, est une donnée objective : bien avant les relations d'incertitude, Einstein avait remarqué que nos procédés de mesure sont, en droit, inadéquats à l'observation du mouvement brownien. Du strict point de vue de la mécanique statistique, cette explication nous paraît exacte, objective et précise. Il reste à examiner si la mécanique analytique telle qu'elle est décrite par B. donne la description adéquate, ou la moins inadéquate, de la réalité. Une mécanique relativiste qui demeurerait relativiste dans l'application, qui par conséquent appliquerait le même traitement analytique à toutes les molécules ne retrouverait-elle pas l'irréversibilité comme conséquence de l'irréversibilité du temps d'univers ? Nous le croyons avec Milne. Le moins qu'on puisse conclure est que l'irréversibilité peut avoir une signification objective, physique ; elle ne se réduit à une interférence entre le « connu » et l'« ignoré » que du point de vue d'*une* mécanique particulière.

Venons en aux perspectives générales qui ont inspiré ces leçons. B. signale qu'il répète souvent, à dessein, le mot probabilité afin de ne pas perdre de vue le propos qu'il poursuit. De fait, on ne trouvera pas dans ces pages une analyse de la probabilité considérée en elle-même, mais plutôt la description de la place qu'elle occupe en physique. Le hasard était, pour Aristote, une manifestation de la causalité. B. retrouve, et exprime avec d'autres concepts, cette idée si profonde. La causalité consiste en une dépendance ; elle ne doit donc être confondue ni avec l'antécédence, ni avec le déterminisme. B. montre, par des exemples très topiques, qu'on peut signifier une causalité véritable sans pour autant signifier que la cause est antérieure à l'effet. D'autre part, l'indéterminisme de la physique contemporaine ne met pas en question la causalité. B. ajoute même que

(10) Une forme différentielle, portant sur trois variables au moins, admet un facteur intégrant si, un point étant arbitrairement choisi, il est impossible de joindre ce point à un point quelconque de son voisinage par une ligne de tourbillon. Telle est la propriété mathématique. On fait ensuite correspondre au point décrivant une ligne l'état d'un système physique.

le déterminisme n'est pas banni ; mais au lieu de porter sur des faits individuels et sur leurs mesures, il porte sur des probabilités.

Ce dernier point introduit une autre série de considérations assez discutables. Il est bien vrai que les lois physiques dans leur expression formelle expriment un déterminisme qui ne porte que sur des probabilités ; mais la question reste entière de savoir si ces « probabilités » ne recouvrent pas une réalité : réalité dont elles sont la mesure *mais avec laquelle elles ne coïncident pas*. Nous avons rappelé (11) que M. de Broglie incline pour l'affirmative. C'est, au fond, la réalité de l'objet de la physique qui est ici soulevée, et il importe de préciser avec soin la portée des expressions qu'on emploie. B. définit cette réalité comme l'ensemble des « observational invariants ». L'idée nous paraît excellente. Mais l'expression « invariants d'observation » a plusieurs sens. Fort suggestive à cet égard est la dernière page de l'ouvrage. B. y explique que plusieurs de ses auditeurs n'ont pas admis cette locution parce que, disaient-ils, « la notion d'invariant suppose l'existence d'un groupe de transformations, groupe qui en l'espèce fait défaut ». B. répond en se référant à la Gestalt-théorie. Chaque perception primaire est un tout *ordonné*, une « forme » qui demeure invariante lorsque la situation mutuelle de celui qui perçoit et de l'objet perçu est modifiée. D'ailleurs on peut également faire correspondre à l'invariant abstrait d'un groupe une surface qui a, dans l'espace, une certaine forme ; et ainsi B. pense montrer à ses auditeurs que le sens qu'il propose assume celui auquel ils veulent se limiter. Voilà donc déjà deux sens de « observational invariants » : *a* sens des auditeurs de B. : sens strictement technique, lié à une théorie mathématique, et qui considère la réalité *exclusivement* sous l'aspect quantitatif qui fonde la mesure ; *b* sens de B., qui se réfère à la réalité humaine et qui considère l'observation non plus exclusivement dans son expression par la mesure mais *également* dans son effectuation par l'observateur. Ces deux sens *a* et *b* sont différents, à tel point qu'on a récusé le second au nom du premier. Mais ces deux sens sont en continuité, comme le suggère la judicieuse remarque de B., touchant la géométrie de l'invariant. En vertu de cette continuité, B. refuse, à bon droit, qu'on se limite au sens *a* : ce serait *refuser* un autre aspect de la réalité qu'exprime le sens *b*, et pour autant commettre une erreur.

Maintenant, quand B. définit la réalité comme l'ensemble des « invariants observationels », entend-t-il simplement affirmer par cette expression les sens *a* et *b*, ou bien entendrait-il également nier qu'il existât d'autres sens ? C'est qu'en effet il existe pour le moins un troisième sens : *c* sens métaphysique ; l'invariance ne se réfère plus seulement à la dimension humaine de l'observateur, ou équivalemment aux formes sensibles de l'apparaître phénoménal : mais l'invariance concerne l'*être* même du phénomène ; le phénomène change, et c'est la loi de cet enchaînement qui retient

(11) *Rev. Sc. ph. th.*, 35 (1951), p. 161, note 22.

l'attention du savant : mais l'être du phénomène demeure « invariant » sous ces manifestations diverses, et c'est cette permanence là qu'observe le philosophe.

Observons, de plus, qu'il y a du sens *b* au sens *c* une différence et une continuité toutes semblables à celles qui existent entre le sens *a* et le sens *b*. La *différence* est souvent manifestée par la difficulté qu'éprouvent en général les savants à admettre le sens *c*. Quant à la *continuité* on peut la traduire par une sorte d'approfondissement de la question permanente qui est la source cachée de toute science. *L'invariance est une notion première* : elle ne peut, en effet, être d'origine empirique, puisqu'il est impossible de *constater rigoureusement* aucune invariance. Maintenant, le savoir humain consistant à ramasser le multipe dans l'un ; toute question revient radicalement à celle-ci : en quel sens y a-t-il des invariants ? A cette question, le mathématicien répond, à sa façon. Cette réponse admise, le physicien reprend la *même* question, relativement à un *autre* degré de réalité. Comment se fait-il que les invariants du mathématicien, qui expriment des lois quantitatives et qui, comme tels, ne coordonnent que des mesures, comment se fait-il qu'ils donnent prise sur d'autres mesures non effectuées et qu'ils permettent de prévoir ? L'invariant mathématique est étranger à cette altérité entre la mesure effectuée et la mesure à effectuer, parce que la mathématique, intemporelle et immatérielle, est étrangère à la répétition que fonde la matière. A cette altérité, étrangère à l'invariant mathématique, « correspond un type de permanence ou d'invariance » également étranger à l'invariance mathématique. Sans ce second type de permanence, la première ne serait d'aucune utilité pour le physicien. Voilà ce qu'explique B. avec beaucoup de finesse et de pénétration à des objectants qui demeuraient trop étroitement enclos dans le mathématisme. Or, le philosophe demandera à son tour : *comment* peuvent exister les invariants d'observation, dont le physicien *admet* précisément l'existence ? Le physicien se demande quelle connexion l'invariant du mathématicien soutient avec la réalité telle qu'il l'observe, lui, physicien, réalité sensible comportant changement et permanence ; et le physicien répond qu'il existe un type d'invariance propre à l'aspect de la réalité par lui observé. Le métaphysicien se demande quelle connexion l'invariant du physicien soutient avec la réalité telle qu'il la considère, lui métaphysicien ; et il répond qu'il existe un type d'invariance propre à l'être en tant qu'être. Nous voulons croire que B. ne songe pas à nier cela ; puisque, en ce qui concerne la causalité, il a si bien distingué et défendu le point de vue du métaphysicien en regard de celui du savant. Dès lors, la notion d'invariance apparaît dans toute sa richesse intelligible. On pourrait développer des considérations toutes semblables relativement à la « complémentarité ». Tout d'abord, il est fort souhaitable que la précision indiquée par B. soit retenue par tous, en particulier par les philosophes. Qu'on veuille bien réserver le mot complémentaire pour désigner des aspects de la réalité *inséparables* l'un de l'autre : onde, corpuscule par exemple. Mais qu'on n'appelle pas complémentaires des aspects qui, non seulement ne sont pas inséparables, mais sont antinomiques : mesures indéfiniment précises d'une position d'une part, d'une vitesse d'autre part (12). Remarquons maintenant que la complémentarité se vérifie comme l'invariance : nous voulons dire selon les aspects de la réalité qui s'enchaînent l'un à l'autre. La complémentarité mathématique consiste en ceci que l'équation d'onde, et fondamentalement toute équation intégrale, n'admet de solutions que pour une suite *discontinue* de valeurs du paramètre, ces solutions étant d'autre part des fonctions *continues*. La complémentarité physique s'exprime par l'image familière onde-corpuscule ; mais il est clair qu'aucun physicien ne tombe dans l'une ou l'autre de deux erreurs opposées : la première consiste à réifier l'image, la seconde serait d'identifier des réalités physiques observables aux entités mathématiques qui en expriment seulement l'aspect mesurable. Il y a donc bien une complémentarité physique originale, et irréductible à la complémentarité mathématique. Il y a semblablement une complémentarité métaphysique irréductible aux deux premières. On trouve souvent, sous la plume des meilleurs physiciens, des expressions telles que celle-ci : « la réalité se manifeste tantôt sous l'aspect ondulatoire tantôt sous l'aspect corpusculaire ». « Tantôt » ne signifie pas succession ; mais signifie que la *même réalité* manifeste un aspect ou l'autre selon qu'elle est sollicitée par une expérimentation différente. Aspects divers et inséparables de la même réalité, voilà au fond le vieux problème de l'un et du multiple, problème métaphysique s'il en est ; la complémentarité n'en est que l'expression moderne.

Enfin, il semble bien que cette distinction des degrés d'être soit sous-jacente à l'intéressant débat entre B. et Einstein au sujet de l'indéterminisme. B. estime que l'indéterminisme est chose définitivement acquise et que l'abandon de la statistique est fort peu probable. Einstein est « absolument convaincu que l'on retrouvera une théorie dans laquelle les éléments liés entre eux par les lois seront non plus des probabilités mais des faits ». Einstein refuse l'hypothèse d'un « dieu jouant aux dés » ; et, pour autant, il croit possible un retour au déterminisme. Mais ce que défend Einstein n'est pas tant le droit du déterminisme que l'existence d'un objet physique au-delà des probabilités. Cet objet-là est évidemment déterminé. La mesure en est actuellement indéterminée ; cet indéterminisme est, selon B., probablement définitif ; et, selon Einstein, probablement provisoire : à ne voir dans ces deux opinions que des qualifications contraires de l'indéterminisme (des mesures), on pourrait donc penser qu'elles sont simplement contraires et qu'elles ont pareilles chances d'être vraies. Cependant ces deux convictions ne semblent pas comparables : car celle d'Einstein a une racine métaphysique que n'a pas celle de B. Einstein estime, au fond,

(12) A plus forte raison ne doit-on pas appeler complémentaires l'« indéterminisme » de la liberté et le « déterminisme » des lois physiques. Ces équivoques ne favorisent qu'un concordisme vague qui ne sert pas la science et qui, ignorant la rigueur propre de la philosophie, en forge une détestable caricature.

qu'il y a une « invariance » métaphysique, une « complémentarité » métaphysique... une réalité au-delà des mesures, réalité qui fonde à penser que l'indéterminisme des mesures peut n'être que provisoire. B., qui s'en tient aux mesures et qui se borne à considérer l'évolution de la science physique, n'a aucune raison d'estimer que cette évolution puisse devenir un jour régressive. Nous croyons la vue d'Einstein plus profonde et plus vraie.

La probabilité dans sa relation à l'induction. — Tel est l'objet du bel ouvrage de W. KNEALE (13). Nous ne pouvons en faire une analyse de détail (14). Nous nous contenterons de souligner le caractère original de la construction de K., puis nous reviendrons sur quelques points particuliers.

La probabilité. K. complète, en philosophie, ce que les deux précédents ouvrages ne font qu'amorcer ; mais la philosophie de K. n'ignore pas la science : c'est un mérite assez rare pour qu'on le signale (15). Les deux définitions du probable proposées par K., l'une relevant de la philosophie, l'autre de la science, s'efforcent de donner au problème une valeur objective. Le couple *opinion-science* (belief knowledge) répond, ex parte subjecti, au couple *probable-évident* ex parte objecti. Par objet, entendons ici proposition : la proposition probable est celle qui est « *probabilisée* » par sa référence à une proposition évidente. Cela suppose que l'évidence est conçue comme appartenant à l'objet « evidere », et que la manifestation de l'objet est progressive. « Le probable est le semblable du vrai » : cette formule, classique, ne trahirait pas la pensée de K. ; elle donnait il est vrai à tous les termes une portée plus métaphysique, mais elle exprimait la même idée : le probable n'« est pas originellement un état du sujet », il tient à la contingence objective qui ne peut être parfaitement connue. Ajoutons d'ailleurs que K. restitue en fait cette portée métaphysique en donnant la raison pour laquelle c'est la proposition probable qui est fondement de l'opinion raisonnable, non l'inverse : les propositions ne sont pas l'ultime réalité (16). K. distingue aussi fort justement la conviction (*confidence* : difficilement traduisible) de l'opinion (belief) ; le probable, qui correspond à l'opinion, est par suite étranger à tout élément affectif : par contre *il peut devenir* susceptible de mesure et de maximum, ce qui n'appartient pas à la conviction. Enfin, il y a un probable « pratique » qui commande

(13) W. KNEALE. *Probability and Induction.* Oxford, Clarendon Press, 1949 ; in-8, 264 pp.

(14) Elle a été bien faite par C. D. BROAD, dans *Mind,* janvier 1950, pp. 94-115. Nous ne souscrivons pas aux critiques adressées par B. à K.

(15) Deux critiques anglais (C. D. BROAD, note précédente, E. WHITTAKER, dans *Philosophy,* 1949, p. 372-374) ont indiqué sur ce point les lacunes de K. Nous les croyons superficielles si on tient compte de la cohérence profonde qui existe entre la thèse de K. et les conclusions de Jeffreys et de Born, par exemple.

(16) Si, au contraire, on fait de la proposition une réalité fermée, on en confond la réalité avec la mesure, et on la rend indéfinissable. Cette remarque, simple et profonde, explique la déviation de toute l'épistémologie moderne du probable.

l'action ; mais K. étudie le probable spéculatif, défini par référence au vrai et à l'évidence. — Une position aussi nette s'explique en partie comme une réaction, très saine d'ailleurs. Une analyse plus profonde de l'« au-delà » de la proposition probable suggérerait quelques tempéraments... ; ni l'évidence ni le vrai ne peuvent en effet être définis d'une manière exclusivement objective ; la proposition elle-même réfléchit, dans sa structure, la structure de l'esprit.

Au point de vue scientifique, c'est la *mesure* de la probabilité qui intéresse immédiatement. Mesure suppose égalité. Fidèle à son idée, K. cherche à définir une équiprobabilité *objective*. Il introduit pour cela la notion de rang. « The range of α-ness [is] the whole set of such ultimate alternative under α-ness » (*175*). Qu'est-ce maintenant qu'« ultimate alternative » ? C'est une alternative (17) qui possède « a complex character of such specific detail that any attempt to qualify further an individual to which it belonged would result only in redundancy or self contradiction » (*175*). En un mot, les éléments ultimes sont caractérisés par un ensemble de caractères spécifiques tel qu'on ne peut lui ajouter aucune note sans qu'il y ait tautologie ou contradiction. Disons de suite, pour n'avoir pas à y revenir (18), que la différence de nature entre l'espèce et l'individu rend cette définition vaine : l'addition de caractères spécifiques ne rejoint jamais l'individu, et plus précisément la matière individuelle. Cette addition est donc *en droit* indéfinie et il est par conséquent toujours possible d'ajouter un caractère sans qu'il y ait tautologie ou contradiction. K. n'échappe d'ailleurs pas à cette difficulté. La définition précitée doit en effet être précisée : « the whole set » pouvait ne désigner que l'ensemble *objectif* des alternatives ; mais ce qui intéresse le statisticien c'est le *nombre* de ces éléments, c'est-à-dire la *mesure* du rang. Pour un jet de dé (ce jet est le contenu concret de « α-ness », c'est-à-dire l'événement caractérisé par α), il y a 6 « ultimate alternatives ». Cela est très clair, ou du moins paraît tel ; et il en sera ainsi pour toute collection discontinue finie : les « ultimate alternatives », équiprobables par hypothèse (nous y reviendrons) forment alors un ensemble mesurable en lui-même et comparable à d'autres ensembles. Ainsi, et cela est essentiel pour notre objet, on peut *comparer* les mesures de différents rangs. Laissons de côté le cas des probabilités continues (19) et examinons la définition donnée par K. du rang d'un ensemble aléatoire discontinu non fini, non réductible par conséquent à un nombre fini d'« ultimate alternatives ». Soit α l'ensemble et

(17) Nous donnons à ce mot le sens qu'il a en anglais. « Alternative » devrait être traduit en français par *membre* d'une alternative. L'expression « A set of alternatives » ne pourrait être correctement traduite : « Un ensemble ou un choix d'alternatives » ; elle signifie « ensemble d'objets dont on peut choisir l'un ou l'autre », « classe d'objets aléatoires », « ensemble aléatoire ».

(18) Nous ne pouvons entrer ici dans la discussion de la thèse métaphysique ici impliquée.

(19) K. en traite assez longuement. Il redit des choses intéressantes mais bien connues : paradoxe de Bertrand, etc.

α_1, α_2 ... les alternatives. Il s'agit de définir la mesure du rang de α ; il faut donc, à tout le moins, que le rang de α et le rang d'un sous-ensemble de α n'aient pas même mesure. Chacune des alternatives α_1, α_2... peut donner lieu à des « sub-alternatives » par l'adjonction de caractères λ, θ, φ... K. suppose alors que ces caractères λ, θ, φ ... sont également indépendants des α_1 (20). En sorte que, si λ compose une « sub-alternative » avec α_1, il compose également une sub-alternative avec α_2, une autre avec α_3, etc... ; et de même pour λ, φ... et pour $\lambda\theta$, $\lambda\varphi$... Dans ces conditions, il y a évidemment correspondance bi univoque entre les sub-alternatives issues de deux quelconques des alternatives α_1, α_2... K. en conclut qu'il ne peut y avoir correspondance entre α et l'une quelconque de ses « sub-alternatives ». Laissons de côté la question de la validité de cette conclusion (21). Laissons également de côté la question de savoir comment, en théorie ou en pratique statistiques, on réalisera pareilles conditions. Il reste une troisième difficulté, plus fondamentale. Les caractères λ, θ, φ..., qui peuvent composer avec l'un quelconque des α_1, composent donc en fait avec α : ils sont virtuellement inclus dans α-ness ; et ils sont *antérieurs*, étant inclus dans α-ness, aux alternatives α_1, α ... Dans ces conditions, l'hypothèse faite est tout simplement une manière déguisée de supposer que les α_1 sont « ultimate alternatives ». Nous croyons d'ailleurs que cette supposition « *let us suppose* » est inévitable. Nous ne contesterons donc pas à K. le droit de la faire. Seulement, il importe de ne pas être dupe. La supposition en question ne peut pas être *adéquatement* fondée sur une théorie objective : voilà ce que masque l'argument subtil développé par K. pour définir la mesure d'un rang non fini.

La même difficulté se retrouve, sous une forme à peine différente, dans la définition de l'équiprobabilité. « When we say that two alternatives covered by a restricted description are equipossible, we mean that they are alike either *a*) in being both ultimate or *b*) in being disjunctions of the same member of ultimate alternatives » (*171*). Le mot *restricted* a, dans la phrase précédente, une importance capitale ; il signifie en substance que, dans la description en question, on se tiendra à un point de vue bien déterminé : si on demande la probabilité pour qu'un étudiant de telle université connaisse l'hébreu on s'en tiendra, dans la considération des causes, à celles qui influent sur la connaissance de l'hébreu ; si on envisage un jet de dé, on ne considère que les facteurs qui modifient les conditions de chute, etc... Mais quels sont ces facteurs ? Peut-on considérer *tous* les facteurs, désignés un peu plus haut par λ, θ, φ... Nous le croyons impossible, et nous en avons indiqué la raison métaphysique. L'expérience confirme

(20) Let us suppose that α1-ness, α2-ness, etc. ; are a set of alternatives under α-ness which have no subalternatives except such as are constituted by conjunction with characters *independent of all the alternatives alike.*

(21) Pour être rigoureuse, cette conclusion qui est seulement énoncée,, demanderait beaucoup de précisions. L'un des ensembles $\alpha_1, \lambda, \theta, \varphi$ peut très bien avoir même puissance que l'ensemble de tous les ensembles αi, λ, θ, φ. Il faudrait recourir à une distinction semblable à celle des classes de Russell.

d'ailleurs ce point : pour un jet de dé par exemple, une enquête, dans laquelle l'observation des fréquences des diverses faces aura sa part, amènera à conclure que, au degré d'approximation des expériences que l'on veut faire, les 6 faces se présentent comme des « ultimate alternatives » équiprobables. Alors on pose, on convient que les 6 faces ont bien cette propriété. Voilà ce que, nous l'avons vu, H. Jeffreys explique parfaitement. Ce qui amène cet auteur à conclure que la probabilité est fondée sur le « reasonable belief » ; et nous pensons qu'il a raison.

K. croit pouvoir le nier, mais nous venons de voir qu'il échoue dans l'impossible tâche d'assigner au probable une structure *exclusivement* objective. Le probable, semblable du vrai et tension vers l'évidence, voilà la féconde définition restituée heureusement par K. et dont il suffit de tirer les conséquences. Le vrai et l'évidence ne sont pas des créations de l'esprit, mais ils ne peuvent se définir que par relation à l'esprit. On doit évidemment attendre le même équilibre quand on passe du probable à la probabilité, de la réalité à sa mesure : l'« ultimate alternative » et l'équiprobabilité qui en dépend ne résultent pas de décrets arbitraires ou de conventions, ou même de la seule expérience ; elles appartiennent bien à la réalité, mais à la réalité en tant que mesurable et en tant que considérée sous un certain point de vue et à un certain degré d'approximation : or il est impossible de définir ce point de vue et ce degré sans faire appel à un acte de l'esprit. L'objectivité ne consiste-t-elle pas à tenir compte de l'intervention du sujet lorsque celle-ci est, en droit comme en fait, indispensable. K. propose de remplacer la théorie laplacienne, jugée insuffisante, de l'« absence of knowledge » par la théorie de « knowledge of absence » : il est peu satisfaisant en effet de poser : « il y a équiprobabilité parce que *nous ne voyons pas qu'il y ait plus de raison* qu'un cas se produise plutôt que l'autre » ; il vaudrait mieux pouvoir dire : « il y a équiprobabilité parce que *nous savons qu'il n'y a pas plus de raisons* pour... ». Mais peut-on jamais savoir cela ? On peut certes en avoir des signes convergents ; mais, en quelque domaine que ce soit, un ensemble d'indices n'équivaut jamais à l'évidence, ni une accumulation de probabilités à la certitude. On ne sait jamais, *in concreto,* qu'il n'existe pas de cause de la non équiprobabilité. On doit le supposer : ce qui est tout autre chose, et en cela Laplace a raison ; mais on ne doit pas le supposer sans un examen des conditions de l'expérience : c'est ce qu'a rappelé opportunément, la théorie de la fréquence.

K. suit, pour l'étude de l'induction, le même ordre que pour la probabilité. Il dégage, sous forme d'enquête historique, quatre types d'induction : « summative » (Aristote), « intuitive » (découverte d'un lien nécessaire qui s'impose avec évidence), « recurrent » (mathématiques), « ampliative » (hypothèse fondée sur l'expérience, quoique jamais démontrée). Concernant ce dernier cas, il faut d'ailleurs distinguer : l'induction *primaire*, à savoir les lois scientifiques qui sont descriptives plutôt qu'explicatives ; l'induction *secondaire*, à savoir les hypothèses scientifiques proprement dites : soit qu'elles cherchent à décrire une évolution (nébuleuse de Laplace, atôme

4

primitif), soit qu'elles prétendent exprimer la structure du monde sensible. Ces dernières font appel à des objets « transcendants » (atômes, ondes, mésons...), lesquels peuvent ne pas tomber directement sous l'expérience, mais sont cependant des réalités et non de simples « façons de parler » (*102*). Ces dernières hypothèses, celles qui affirment l'existence « of imperceptible objects with certain specified structures », ont une valeur plus grande que les lois à cause de leur caractère à la fois explicatif et concret. Si certains savants ou philosophes le contestent, c'est parce qu'ils ont adopté, « like Berkeley, an unduly narrow view of the possibilities of thinking » (*103*). Cette mise en place, lucide et vigoureuse, nous paraît dans son ensemble très juste. Le paragraphe 20, « criticism and defence of transcendent hypotheses » joue un rôle capital ; c'est la rencontre, réalisée par l'hypothèse, du réel et de l'intelligible, qui commande en effet trois thèses importantes de K. 1) Les lois sont, en elles-mêmes, des connexions nécessaires, et elles relèvent pour autant de l'« intuitive induction ». 2) Le savoir a valeur en soi : il assure d'abord la connaissance de la chose, et, secondairement seulement, une action efficace sur la réalité ; et cela est contenu dans l'aspect intelligible de l'hypothèse. 3) La causalité, pour être saisie par la science, doit être considérée dans un état en quelque sorte intermédiaire : les lois scientifiques ne sont concernées ni par les faits singuliers, ni par la causalité universelle. Or ce sont les « réalités transcendantes » affirmées par l'hypothèse qui fixent, dans la réalité même, les aspects ou les zones dont les lois sont l'expression analytique : on constate en fait que le contenu et la notion même de loi se sont modifiés en fonction de la nature des hypothèses qui ont fait étape dans le progrès de la science. La causalité est toujours la même, non seulement en elle-même, mais également quant à sa notion : ce sont les grandes hypothèses qui l'explicitent, et pour autant la circonscrivent, diversément.

Ces deux élaborations, l'une de la probabilité, l'autre de l'induction, si intéressantes soient-elles pour elles-mêmes, ne constituent cependant pas l'objet formel de l'ouvrage de K. C'est en effet la connexion entre ces deux notions que l'auteur s'est proposé d'analyser. Très schématiquement, sa thèse est la suivante : probabilité et induction sont irréductibles l'une à l'autre ; bien qu'elles aient, du point de vue quantitatif notamment, des éléments communs qui font légitimement l'objet d'une investigation et d'une technique communes. K. revient à plusieurs reprises sur l'irréductibilité. La loi est fondée sur la répétition d'un *même* fait, avec exclusion, dans les mêmes conditions, de la production d'un fait d'une autre nature. L'« aléatoire », tel que le mesure le calcul des probabilités, consiste au contraire en ce que, dans des circonstances qui sont tenues pour les mêmes, des faits de nature différente et mutuellement exclusifs se produisent nécessairement (*226* sv.). K. exprime cette différence en parlant de deux espèces de probabilité (*96*), ou de deux espèces de possibilité : possibilité du *premier ordre* lorsque deux éventualités opposées sont possibles l'une et l'autre ; possibilité du *second ordre* lorsqu'une hypothèse est possible, bien qu'elle puisse être infirmée par les faits (*213*). La confusion des deux types de probabilité revient à confondre l'évidence avec ce dont il y a évidence : la connexion nécessaire en quoi consiste la loi n'est pas identique à l'ensemble des observations qui la fondent. De cette confusion découle ce qu'il y a d'erroné : 1) dans les théories subjectivistes (*194*) ; 2) dans la théorie de la fréquence (*193*), laquelle est incapable de distinguer deux circonstances bien différentes : *absence* de cas défavorables (loi) ; *existence d'une infinité* de cas de nature différente (*161* sv.). Enfin, tandis que la probabilité du premier ordre est mesurable, celle du second ordre ne l'est pas. Il est curieux que Keynes, qui a insisté sur cette diversité de comportement du probable vis-à-vis de la mesure, n'ait pas précisé la différence entre deux espèces de probabilité (*214*).

Maintenant, si on considère les règles de probabilité, elles sont les mêmes relativement aux deux cas précédents (*193*). La représentation d'une expérience aléatoire (échantillonnage pour simplifier : probabilité Pf pour que, sur n individus α, fn possèdent la propriété β) requiert qu'on prenne f comme valeur de la probabilité élémentaire. Comme il est bien connu, c'est cette valeur qui rend maximum la valeur de la probabilité considérée Pf. Si on prend, au lieu de f, une autre valeur, soit x, on obtient au lieu de Pf une valeur plus petite Px. La quantité Enf (x) $= 1 - \frac{Px}{Pf}$ que K. appelle « extravagance » augmente avec n, à moins que x ne soit justement égal à f. L'« extravagance » constitue donc une mesure précise l'« irrationality of departing from the inductive policy » (*240*). Ainsi également se trouve justifiée la conclusion usuelle de l'induction, qui consiste à choisir pour f le rapport observé des nombres de cas $\alpha\beta$ et de cas α. Exprimée en termes de probabilité, l'extravagance constitue un critère *quantitatif* pour la seule probabilité du premier ordre. Mais, le champ de possibilités compatibles avec un caractère donné étant en raison inverse de la probabilité de ce caractère, on peut interpréter l'extravagance en termes de champ : elle est alors applicable à la probabilité du second ordre. Enfin, il peut arriver qu'on applique la loi trouvée par induction (probabilité du premier ordre, et celle-là seulement) à une classe de cas plus étendue qu'il n'est possible. L'expérience contraint alors de restreindre cette classe. La « negligence » est l'ensemble des cas qu'il faut laisser de côté, en sorte que la loi, ou la probabilité élémentaire ne soient pas modifiées (*242*).

On acceptera facilement les deux notions d'« extravagance » et de « negligence » qui transposent, en un autre langage, les considérations plus techniques mais aussi plus précises des statisticiens. Il convient d'examiner plus attentivement l'existence de deux probabilités ou de deux possibilités. Cette dualité est présentée sous deux formes que K. rapproche et qui nous paraissent cependant bien différentes. En premier lieu, peut-on distinguer une probabilité mesurable et une *autre* non mesurable ? K. remarque fort justement que l'existence de l'objet trancendant (méson par exemple : non immédiatement observable, bien que réel puisqu'indirectement mesurable) n'autorise pas du tout à dire qu'il y ait deux objets (*96*). Ce serait confondre *réalité* et *degré de visualité de la réalité* ; dualité dans la visualisation n'entraîne pas dualité dans la réalité. N'y a-t-il pas, en ce qui concerne le probable, quelque chose de semblable ? La table du physicien, dont parle Eddington, s'exprimerait adéquatement par un ensemble de mesures et d'équations ; elle n'est cependant pas une table *autre* que celle du sens commun : bien au contraire, le physicien ne discerne les objets transcendants que dans la table réelle au sens métaphysique. La notion métaphysique d'objet réel est assez ample pour que l'objet physique y soit inclus. De même, le probable peut être considéré en tant que mesurable : la mesure du probable n'est pas un autre probable, c'en est simplement l'aspect quantitatif : et nous croyons avec Keynes que la mensurabilité n'est pas à elle seule un fondement suffisant pour affirmer l'existence de deux espèces distinctes de probable. La mensurabilité peut être il est vrai l'indice de cette distinction qu'elle est incapable de constituer, et qui tient à la seconde forme de la dualité affirmée par K. : « intuitive induction » (lois par exemple), d'une part ; « ampliative induction » (hypothèses par exemple) d'autre part. Laissons de côté les exemples : ils chevauchent sur une distinction plus profonde, qui seule fonde deux espèces de probable, mais que K. ne pouvait expliciter.

K. reconnaît fort justement que « propositions are not to be accepted as ultimate entities » (*12*) ; il est dommage que K. s'en soit tenu en fait à un objectivisme abstrait : le probable étant selon lui une propriété des propositions. C'est dans la réalité elle-même qu'il faut chercher le fondement du probable. Il existe dans la nature des connexions nécessaires, d'autres rencontres sont contingentes : voilà ce que la science n'a jamais cessé d'admettre (22). C'est le contingent qui est le fondement réel du probable objectif tel que K. le définit. Le probable dont s'occupe la statistique et la contingence ne sont pas deux réalités ; c'est la même réalité considérée d'une part en elle-même, d'autre part quant à sa mesure : voilà ce que nous avons rappelé quelques lignes plus haut. Quant aux connexions nécessaires, ce sont elles que les lois s'efforcent de circonscrire ; mais les lois n'y arrivent jamais parfaitement parce que les lois sont fondées sur des expériences qui saisissent ces connexions dans leurs conséquences et non en elles-mêmes. Il est donc toujours possible qu'une expérience infirme au lieu de confirmer : et, en ce sens, la loi inductive est seulement probable. K. note fort justement qu'il y a là un type de probable autre que celui dont s'occupe la statistique. Encore faut-il en préciser la véritable nature, faute de quoi on ne peut distinguer les deux espèces de probable que par une question de degré : certaines lois se sont

(22) La *distribution* du contingent et du nécessaire varie ; mais on retrouve toujours ces deux notions s'affrontant dans n'importe quelle synthèse scientifique. Les lois sont pour le savant moderne, des connexions nécessaires entre des probabilités : il nous suffit ici d'enregistrer cette conclusion de M. Born, sans en pousser plus loin la critique épistémologique.

en fait toujours vérifiées, d'autres presque toujours, d'autres dans la moitié des cas, etc... La vérité est qu'il y a bien une différence d'espèce. Le probable statistique a pour fondement la contingence qui est une propriété de l'objet ; le probable-loi a pour fondement le fait que nous atteignons l'objet par le dehors : la loi induite ne démontre pas l'essence, elle la découvre. Le probable dans lequel est englobée l'expression de la loi exprime au fond l'extériorité de l'esprit par rapport à un donné qui n'est pas immédiatement intelligible. Ce probable-là est donc en un sens subjectif : il ne tient pas au caractère contingent de la réalité, mais au rapport du sujet intelligent à la réalité observable, quelle qu'elle soit (23). Expressif d'un rapport de nature, ce probable-là est irréductible (24) : K. le montre en quelque sorte par observation, mais il n'indique pas ce qui nous paraît en être la véritable raison. Cette raison est d'ailleurs implicitement contenue dans l'excellente définition du probable, reprise par K. : semblable du vrai, tension vers l'évidence objective ; à la condition, bien entendu, de tenir avec K. lui-même, que les propositions ne sont pas « ultimate entities ». Alors la définition tient compte à la fois du sujet et d'un objet qui demeure intrinsèquement différencié.

Maintenant, il conviendrait d'examiner comment ces deux espèces de probable se prêtent à la quantification. Nous ne pouvons entrer ici dans une étude approfondie que d'ailleurs K. n'a pas faite. Il se borne à observer que la probabilité du second ordre (concernant les hypothèses) n'est pas mesurable : d'où il conclut qu'elle n'est pas de même nature que la probabilité mesurable (25). Il est facile de voir qu'il y a là une conséquence de ce que nous venons d'exposer. La statistique, ou bien la confirmation d'une loi par la répétition de l'expérience considèrent, par définition même, l'aspect mesurable de l'une et l'autre espèce de probable. Mais l'extériorité du sujet, ou bien la contingence, peuvent prendre des formes bien différentes qui ne sont pas toutes également mesurables. Et nous avons fait remarquer plus haut que l'équiprobabilité, qui est en quelque domaine que ce soit le fondement de toute mesure de probabilité, requiert en définitive une

(23) Nous voulons dire : que la réalité soit nécessaire ou contingente. La situation de l'homme qui cherche à savoir est la même au regard du nécessaire ou du fortuit : il doit toujours recourir à l'induction (nous parlons bien entendu des sciences de la nature). En fait les deux types du probable se trouvent donc superposés dans l'analyse de la contingence : mais le probable statistique est dominant. Tandis que l'expression de la loi manifeste, à l'état pur, la contingence qui tient à la relation sujet-objet.

(24) Irréductible en deux sens : 1° on ne peut le confondre avec l'autre type de probable ; 2° on ne peut le réduire, le diminuer : ce qui le distingue, en droit, de l'approximation, laquelle peut être, de soi, indéfiniment croissante.

(25) On pourrait donc croire qu'il y a, selon K, trois types de probabilité : la probabilité mesurable comprenant aussi bien la loi que la statistique. K. ne s'explique pas sur ce point. C'est le recours au mesurable qui entraîne ici confusion : le fait d'être ou non mesurable n'est pas une « différence propre », permettant de distinguer plusieurs espèces de probable. Loi et statistique constituent bien deux espèces, mais pour une raison que K. n'a pas explicitée. Les hypothèses ne constituent pas une troisième espèce : mais seulement un cas mixte dans lequel les deux espèces interfèrent.

« estimation raisonnable » (reasonable belief) : laquelle, étant en deçà de toute mesure, n'est pas mesurable. Or l'hypothèse doit réaliser une synthèse intelligible du plus grand nombre de lois possible ; mais il n'y a évidemment aucun critère fixant quelles lois il suffit d'assumer pour que l'hypothèse soit valide. Là aussi interviendra l'« estimation raisonnable » qui est nécessairement en deçà de toute mesure. Si on considère les lois comme le donné que doit coordonner l'hypothèse, l'interférence entre ces lois fonde l'analogue de la contingence objective ; tandis que l'expression de chaque loi demeure enveloppée de la contingence propre à ce cas : la probabilité de l'hypothèse demeure justiciable de l'expérience, mais c'est comme au second degré, par l'intermédiaire de la loi ; celà empêche que, même de ce point de vue, la probabilité de l'hypothèse soit mesurable. L'hypothèse est plus près de la double racine *métaphysique* du probable que ne le sont la loi ou la statistique : voilà pourquoi la probabilité de l'hypothèse n'est pas mesurable, mais cela n'entraîne aucunement qu'il y ait là une troisième espèce de probable.

Nous ne pouvons terminer sans redire le très grand intérêt de cet ouvrage qui s'efforce de réaliser la confrontation, si opportune voire si nécessaire, entre les deux types de savoir scientifique et philosophique. Certains paragraphes nous paraissent, de ce point de vue, particulièrement pénétrants et équilibrés : les lois sont objectives et elles mesurent l'activité de l'esprit (*18, 40*) ; critique et défense des hypothèses transcendantes (*19, 20*) ; portée du « théorème » de Bernoulli, qui fait passer d'une probabilité à une autre, mais qui n'assure pas leur commune correspondance avec la réalité (*29, 33*) ; critique de la théorie de la fréquence (*33*) ; distinction de plusieurs types de visualisation et d'instruments sémantiques (*96, 257...*). On a dit qu'en ce qui concerne la théorie des quanta, K. « has misunderstand the situation » (cf. n. 15). On peut en effet regretter les imprécisions des pages 255-256. Cependant il faut ajouter qu'elles n'infirment en rien la conclusion de K. ; conclusion négative mais si importante, et qui rejoint la remarque faite au sujet des propositions : « The thesis which I wish to dispute is not part of the quantum theory itself, but a philosophical gloss by some of the expositors, namely, that probability rules concerning transcendent objects such as electrons are ultimate and presuppose no principles of necessity or impossibility whatsoever » (*255*). Il suffisait de prolonger cette remarque pour rencontrer la contingence comme fondement objectif du probable et, compte tenu du sujet intelligent, de l'induction.

L'abondance de la matière nous oblige à renvoyer à un prochain bulletin les ouvrages appartenant aux catégories suivantes : cosmogonies, questions philosophiques liées immédiatement à la physique, élaborations techniques, vulgarisations.

Le Saulchoir. L.-B. GUÉRARD DES LAURIERS.