

Comptes rendus
hebdomadaires des séances
de l'Académie des sciences /
publiés... par MM. les
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisationcommerciale@bnf.fr.

et entre autres dans le département du Gers, dès le mois de juin 1871 ». M. le Président du Conseil général du Gers écrit à M. le Ministre pour lui faire observer qu'il serait entièrement inexact d'affirmer que toutes les vignes de ce département aient été détruites par le fléau.

M. le Secrétaire perpétuel fait observer que les deux faits signalés, d'une part par M. Planchon, de l'autre par M. le Président du Conseil général du Gers, ne sont nullement contradictoires. Personne n'a dit que dans ce département toutes les vignes auraient péri; on y a signalé seulement la présence du *Phylloxera*.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le mouvement des planètes autour du Soleil, d'après la loi électrodynamique de Weber.* Note de M. F. TISSERAND, présentée par M. Bertrand.

« Dans cette loi, la force qui produit le mouvement de la planète autour du Soleil est

$$F = \frac{fm\mu}{r^2} \left(1 - \frac{1}{h^2} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2}{h^2} r \frac{d^2r}{dt^2} \right),$$

où f est la constante de l'attraction universelle, m la masse de la planète, μ la somme de cette masse et de celle du Soleil, r la distance de la planète au Soleil, et h la vitesse avec laquelle l'attraction se propage dans l'espace.

» L'intégration des équations du mouvement a été faite rigoureusement à l'aide des fonctions elliptiques; en partant de cette solution, on pourrait obtenir des formules approchées qui seraient d'un usage commode pour la mise en nombre. Toutefois on arrivera plus rapidement au but en posant

$$F = \frac{fm\mu}{r^2} + F_1,$$

et regardant F_1 comme une force perturbatrice; il suffira, dès lors, de faire varier les constantes du mouvement elliptique.

» Voici les équations du mouvement troublé :

$$(I) \quad \left(\begin{array}{l} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f\mu x}{r^2} + X = 0, \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{f\mu y}{r^2} + Y = 0, \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{f\mu z}{r^2} + Z = 0, \end{array} \right) \quad \text{où} \quad \left(\begin{array}{l} X = \frac{f\mu}{h^2} \frac{x}{r^2} \Omega; \\ Y = \frac{f\mu}{h^2} \frac{y}{r^2} \Omega; \\ Z = \frac{f\mu}{h^2} \frac{z}{r^2} \Omega; \\ \Omega = -\frac{dr^2}{dt^2} + 2r \frac{d^2r}{dt^2}. \end{array} \right)$$

» Les équations du mouvement elliptique s'obtiennent en faisant, dans

les équations (1), $X = Y = Z = 0$. Supposons effectuée l'intégration de ces équations, et soient pris pour les éléments elliptiques : a le demi-grand axe, e l'excentricité, φ l'inclinaison, θ la longitude du nœud, ϖ celle du périhélie, et ε celle de l'époque. On aura, pour le cas actuel, les formules déterminant les variations des constantes, en prenant les formules bien connues et y remplaçant la dérivée $\frac{dR}{dp}$ de la fonction perturbatrice par rapport à un élément quelconque p par $X \frac{dx}{dp} + Y \frac{dy}{dp} + Z \frac{dz}{dp} = R_p$.

» Or on a

$$R_p = \frac{f\mu}{h^2} \frac{\Omega}{r^3} \left(x \frac{dx}{dp} + y \frac{dy}{dp} + z \frac{dz}{dp} \right) = \frac{f\mu}{h^2} \frac{\Omega}{r^2} \frac{dr}{dp};$$

l'expression du rayon vecteur dépendant seulement de a , e , $\varepsilon - \varpi$, on a

$$\frac{dr}{d\varphi} = 0, \quad \frac{dr}{d\theta} = 0, \quad \frac{dr}{d\varepsilon} = - \frac{dr}{d\varpi},$$

et, par suite,

$$R_\varphi = 0, \quad R_\theta = 0, \quad R_\varepsilon = - R_\varpi.$$

On trouvera facilement les formules suivantes :

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{da}{dt} = - \frac{2}{na} R_\varepsilon, & \frac{d\theta}{dt} = 0, \\ \frac{de}{dt} = - \frac{1-e^2}{na^2 e} R_\varepsilon, & \frac{d\varpi}{dt} = - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} R_\varepsilon, \\ \frac{d\varphi}{dt} = 0, & \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{2}{na} R_a - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} (1 - \sqrt{1-e^2}) R_\varepsilon. \end{cases}$$

» On remarque sur ces formules (2) que φ et θ ne sont pas altérés par la force perturbatrice, ce qui est évident *à priori*; mais ce qui l'est moins, c'est que le paramètre ne change pas non plus. On a, en effet,

$$\frac{d[a(1-e^2)]}{dt} = - \frac{2}{na} (1-e^2) R_\varepsilon + 2ae \frac{1-e^2}{na^2 e} R_\varepsilon = 0.$$

» Pour nous faire une idée de la valeur des perturbations, nous allons développer ces perturbations en séries, procédant suivant les sinus et cosinus des multiples de l'anomalie moyenne ζ , en négligeant les puissances de e supérieures à la première.

» Occupons-nous d'abord de Ω , qui contient le terme $r \frac{d^2 r}{dt^2}$; or on a

$$r \frac{d^2 r}{dt^2} = - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + x \frac{d^2 x}{dt^2} + y \frac{d^2 y}{dt^2} + z \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2},$$

ou bien, avec une approximation tout à fait suffisante,

$$r \frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{dr^2}{dt^2} - \frac{f\mu}{r} + f\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right);$$

il en résulte

$$\frac{\Omega}{r^2} = 2f\mu \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{ar^2} \right) - \frac{3}{r^2} \frac{dr^2}{dt^2},$$

expression qui se développe comme il suit :

$$\frac{\Omega}{r^2} = n^2 e \left[2 \cos \zeta + \frac{e}{2} (1 + 11 \cos 2 \zeta) \right] + \dots -$$

» On a ensuite

$$R_a = \frac{f\mu}{h^2} \frac{\Omega}{r^2} \frac{dr}{da} = \frac{2f\mu}{h^2} n^2 e \cos \zeta + \dots,$$

$$R_e = \frac{f\mu}{h^2} \frac{\Omega}{r^2} \frac{dr}{de} = - \frac{f\mu}{h^2} n^2 a e \left[1 + \cos 2 \zeta + \frac{3e}{4} (3 \cos \zeta + 5 \cos 3 \zeta) \right] + \dots,$$

$$R_\varepsilon = \frac{f\mu}{h^2} \frac{\Omega}{r^2} \frac{dr}{d\varepsilon} = \frac{f\mu}{h^2} n^2 a e^2 \sin 2 \zeta + \dots,$$

et l'on en déduit, en négligeant toujours e^3 ,

$$\frac{da}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0,$$

$$\frac{de}{dt} = - \frac{f\mu}{h^2} \frac{ne}{a} \sin 2 \zeta, \quad \frac{d\varpi}{dt} = \frac{f\mu}{h^2} \frac{n}{a} \left[1 + \cos 2 \zeta + \frac{3e}{4} (3 \cos \zeta + 5 \cos 3 \zeta) \right],$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{4f\mu}{h^2} \frac{ne}{a} \cos \zeta,$$

d'où, en intégrant,

$$\delta a = 0,$$

$$\delta \theta = 0,$$

$$\delta e = \frac{f\mu}{h^2} \frac{e}{2a} \cos 2 \zeta, \quad \delta \varpi = \frac{f\mu}{h^2} \frac{n}{a} t + \frac{f\mu}{h^2} \frac{1}{a} \left[\frac{1}{2} \sin 2 \zeta + \frac{9e}{4} \sin \zeta + \frac{5}{4} e \sin 3 \zeta \right],$$

$$\delta \varphi = 0,$$

$$\delta \varepsilon = \frac{4f\mu}{h^2} \frac{e}{a} \sin \zeta.$$

» Nous voyons donc que les perturbations des éléments sont nulles ou périodiques, à l'exception de celle de $\delta \varpi$ qui contient une partie séculaire. On verra plus loin que les parties périodiques sont tout à fait insensibles dans les diverses hypothèses qu'on peut faire sur la valeur de h , de telle sorte que nous arrivons à la conclusion suivante :

» Dans la loi de Weber, les éléments restent les mêmes que dans la loi

de Newton; la longitude du périhélie seule se trouve augmentée de $\frac{f\mu}{h^2} \frac{n}{a} t$, quantité d'autant plus grande que la planète est plus rapprochée du Soleil.

» Considérons le cas de Mercure. En prenant le jour solaire moyen pour unité de temps, le demi-grand axe de l'orbite de la Terre pour unité de distance, on trouve

$$\delta\varpi = \frac{(1,05160)}{h^2} t.$$

» Si nous admettons que h ait la même valeur que dans les expériences de Weber sur l'électricité, à savoir $h = 439450 \times 10^6$ avec la seconde et le millimètre pour unités, nous aurons d'abord avec nos unités

$$\log h = 2,40805 \quad \text{et} \quad \delta\varpi = (\bar{4},23550) t;$$

au bout d'un siècle, on trouve

$$\delta\varpi = + 6'',28;$$

pour Vénus, on aurait seulement

$$\delta\varpi = + 1'',32.$$

» Si l'on supposait h égal à la vitesse de propagation de la lumière, on aurait

$$\log h = 2,23948$$

et ensuite

Pour Mercure, et en un siècle.....	$\delta\varpi = + 13'',65$
Pour Vénus, et en un siècle.....	$\delta\varpi = + 2'',86$

» Pour montrer que les termes périodiques sont négligeables, il suffit de prendre le plus fort de tous, celui de $\delta\varpi$, savoir $\frac{f\mu}{2ah^2} \sin 2\zeta$; on trouve que son coefficient n'atteint pas $0'',003$. »

ASTRONOMIE. — *Éphéméride et éléments de la planète* (122). Note
de M. STÉPHAN, présentée par M. Yvon Villarceau.

« Je prends la liberté de vous envoyer une éphéméride et les éléments de l'orbite de la planète (122), découverte par M. Peters, à Clinton, le 31 août dernier. Ces éléments ont été calculés avec deux observations faites à Clinton les 31 août et 3 septembre, et une troisième fois ici même par moi, le 17 courant.