

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une définition de la légalité de la mécanique quantique.* Note de M. **RENÉ DUGAS**, présentée par M. Louis de Broglie.

M'appuyant sur un Mémoire de M. J.-L. Destouches⁽¹⁾, je m'efforcerai de préciser ce qui subsiste de légalité en mécanique quantique.

1. *Observation maximum.* — L'état d'un système est caractérisé par l'observation maximum que l'on peut effectuer sur lui à un instant donné.

Au sens classique, cette observation est la mesure simultanée de toutes les variables spécifiant l'état. Pour une particule à un degré de liberté de coordonnée x et de moment conjugué p , l'observation maximum sera la mesure de x et de p (axiome copernicien des conditions initiales).

Au sens quantique, cette observation est la mesure simultanée du plus grand nombre possible d'observables attachées au système. Pour une particule à un degré de liberté, ce sera la mesure soit de x (axiome scolastique des conditions initiales), soit de p , soit d'une seule grandeur $F(x, p)$.

2. *Condition A : prévisibilité.* — A partir de l'observation maximum spécifiant l'état X_0 d'un système à l'instant t_0 , il doit être possible d'effectuer, à l'égard de ce système à l'instant t , des prévisions que l'on notera $X(t)$.

M. J.-L. Destouches écrit cette condition :

$$(a) \quad X(t) = \mathcal{U}(t)X_0 \quad (\mathcal{U} \text{ désignant un opérateur appliqué à } X_0).$$

Il fait les hypothèses suivantes :

a_1 , homogénéité du temps, en l'absence d'actions extérieures dépendant du temps;

a_2 , propriété pour les \mathcal{U} de former un groupe.

3. *Relativité.* — L'équation (a) traduit la science d'un observateur unique. Si des observateurs différents peuvent vérifier cette loi, il y aura un principe de relativité traduisant l'invariance des \mathcal{U} pour l'ensemble des repérages correspondants.

4. *Condition B : stabilité.* — Dans toute théorie douée de sens physique, de faibles erreurs de mesure traduites par une incertitude banale sur X_0 ne doivent entraîner que de faibles oscillations de $X(t)$.

La nécessité de cette condition a été mise en évidence par Duhem.

(1) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 22, 1936, p. 525.

M. Bouligand a défini et M. J.-L. Destouches a généralisé les conditions qui permettent de juger de la stabilité (ou de l'instabilité) des propositions mathématiques.

L'existence de voisinages dans l'ensemble des X_0 (ou des X en vertu de A) fait de cet ensemble un espace abstrait (\mathcal{X}). X doit être stable dans cet espace par rapport à X_0 . En outre le paramètre t étant l'un des éléments de toute observation, \mathcal{U} doit être une fonction continue de t .

M. J.-L. Destouches parvient ainsi, en supposant en outre que \mathcal{U} est différentiable par rapport à t , au type suivant d'équations

$$(b) \quad \frac{dX}{dt} = \mathcal{E}X, \quad \frac{d\mathcal{U}}{dt} = \mathcal{E}\mathcal{U}$$

\mathcal{E} est un nouvel opérateur dont le domaine opérable comprend l'ensemble des X .

On retrouve ainsi condensées en (b), l'équation de Jacobi de la mécanique classique, l'équation de Schrödinger de la mécanique ondulatoire et celle qui leur correspond dans la mécanique ponctuelle abstraite plus générale de l'espace (\mathcal{X}).

Dans les mécaniques anciennes, la possibilité de prévoir avec certitude le mouvement à partir de X_0 correspond à ce que j'appellerai *légalité*.

En mécanique quantique, l'axiome des conditions initiales est tel que la connaissance soit de x , soit de p , soit d'une seule grandeur $F(x, p)$ suffit à définir un *mouvement* d'une particule. Ces différents mouvements ne peuvent avoir simultanément de sens expérimental. Cette circonstance est liée au caractère *incomplet* (au sens copernicien) de l'observation maximum.

En outre, hormis le cas des intégrales premières, $X(t)$ ne sera *presque jamais* une fonction propre de l'observable α dont X_0 est fonction propre. Le développement en série de X suivant les fonctions propres de α permettra seulement de prévoir les probabilités des différentes valeurs possibles de α . Nous dirons que pour l'observable α , à partir d'une mesure initiale de celle-ci, il y a seulement *semi-légalité*, ceci par opposition à la légalité qui règle l'évolution de l'état du système.

L'axiome quantique des conditions initiales comprend comme cas particulier l'axiome scholastique correspondant. Après une mesure *exacte* de la coordonnée x d'une particule, le point abstrait qui figure l'état de celle-ci obéit bien à une loi de type scholastique, mais il est facile de voir que cette analogie purement formelle ne s'étend pas aux observables liées à la particule. Au surplus, si l'on tient compte de l'incertitude σ_0 qui affecte néces-

sairement la mesure de x à l'instant initial, il faut pour achever de déterminer l'état initial, mesurer p à h/σ_0 près, ce qui écarte immédiatement du cas scholastique.

Il est d'autre part bien connu que la légalité copernicienne ne peut se retrouver que macroscopiquement, par voie de compensation statistique, sur un ensemble d'individus x et p dont les incertitudes sont conjuguées par la relation d'Heisenberg.

Ainsi la mécanique quantique est-elle caractérisée en général par l'existence d'une semi-légalité des observables, à partir de conditions initiales s'écartant essentiellement de celles de la mécanique ordinaire.

A ce sujet rappelons que, si l'axiome copernicien des conditions initiales doit être considéré comme dicté par l'expérience macroscopique, il n'est nullement de nécessité logique. Painlevé a en effet montré l'indépendance de cet axiome et du *principe de causalité*, lequel n'exprime au fond que l'impossibilité pour le temps et l'espace d'être des causes efficientes. Aucune objection théorique ne peut donc être faite à l'abandon de cet axiome dans le domaine microscopique.

La mécanique quantique conserve les caractères de stabilité et de relativité de la mécanique ordinaire; le premier doit s'entendre de la stabilité d'une distribution de probabilités, dans tous les cas de semi-légalité.

CHALEUR. — *Les dimensions théoriques des tourbillons cellulaires de Bénard.*

Note de M. PIERRE VERNOITE, présentée par M. Aimé Cotton,

Nous avons ⁽¹⁾ opposé au calcul théorique de la dimension de ces tourbillons, effectué pour la première fois par Lord Rayleigh, des objections de principe qui ne semblent guère susceptibles d'être levées. On ne pourrait donc voir, dans l'accord du calcul et de l'expérience, qu'un hasard heureux, ou, plus justement, une nouvelle confirmation de ce résultat banal que deux théories différentes, et même opposées, peuvent conduire aux mêmes équations. Cet accord devient remarquable dans le cas des cellules hexagonales, si l'on compare la largeur théorique des hexagones avec la valeur minimum observée. Mais rien, dans le calcul de Lord Rayleigh, qui n'est d'ailleurs développé que dans un cas limite, ne fait jouer un rôle spécial à ce minimum. Le fait brutal, c'est que la largeur des tourbillons d'un type donné, observée expérimentalement, est assez variable, et cela rend beau-

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1764.