

200 anos da força de Ampère: tradução da memória “Sobre a determinação da fórmula que representa a ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas de condutores voltaicos”

The 200th anniversary of Ampère’s Force: translation of the article “On the determination of the formula which represents the mutual action between two infinitely small portions of voltaic conductors”

João Paulo Martins de Castro Chaib | Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/Campus Timóteo

jopachaib@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4336-566X>

RESUMO Apresentamos a tradução do francês para o português do artigo “Sobre a determinação da fórmula que representa a ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas de condutores voltaicos” de André-Marie Ampère, em homenagem aos 200 anos da sua publicação. Esta memória apresenta um marco das pesquisas sobre a eletrodinâmica.

Palavras-chave história da física – eletrodinâmica – André-Marie Ampère (1775-1836).

ABSTRACT We present the translation from French to Portuguese of the article “On the determination of the formula which represents the mutual action between two infinitely small portions of voltaic conductors” by André-Marie Ampère in honor of the 200th anniversary of its publication. This memory presents a milestone in the research on electrodynamics.

Keywords history of physics – electrodynamics – André-Marie Ampère (1775-1836).

Introdução

Em 10 de junho de 1822 André-Marie Ampère (1775-1836) leu para a Academia de Ciências francesa a sua “Memória sobre a determinação da fórmula que representa a ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas de condutores voltaicos” (Ampère, 1822a). Entre outros “resultados notáveis”, é nessa memória que Ampère enuncia pela primeira vez os *casos de equilíbrio* enquanto método fundamental para a criação de leis experimentais. A partir disso, deduz a forma final e correta (corrigindo os erros de 1820) de sua expressão para a força entre elementos de correntes, esta que seria chamada por Maxwell a “fórmula cardeal da eletrodinâmica” (Maxwell, 1873, p. 163, art. 528). Considerando a interação entre dois condutores elétricos, cada um deles com corrente elétrica estacionária de intensidade i e i' , a expressão matemática que representa a atração ou repulsão mútua entre duas porções infinitesimais desses circuitos com tamanho, respectivamente, ds e ds' , a uma distância r entre os pontos médios delas, terá a seguinte forma contemporânea (no S.I.):

$$d^2\vec{F} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ii'}{r^2} \hat{r} [2(d\vec{s} \cdot d\vec{s}') - 3(\hat{r} \cdot d\vec{s})(\hat{r} \cdot d\vec{s}')].$$

Aqui \hat{r} é o versor que aponta da porção tomada como sujeito da ação (objeto da reação) para a porção tomada como objeto da ação (sujeito da reação). Entre outras relações fundamentais, dessa força se deduz a expressão para a diretriz eletrodinâmica (expressão análoga à do campo magnético de um circuito fechado que age sobre um elemento de corrente) e a expressão do dipolo magnético como uma corrente fechada (Chaib, 2019). Apesar de sua clara importância histórica, foi apenas em 2009 que a principal obra de Ampère — a “Teoria dos fenômenos eletrodinâmicos deduzida unicamente da experiência” de 1826 (doravante chamada *Théorie*, pelo seu nome em francês) — teve tradução completa do francês para um idioma estrangeiro: o português (Chaib, 2009). Antes, consta apenas uma tradução parcial para o inglês feita em 1965 (Tricker, 1965), onde se omitiram discussões importantes de Ampère como a defesa experimental da terceira lei de Newton na eletrodinâmica. Vale a pena destacar que essa defesa é independente da expressão e da natureza como se dá a força eletrodinâmica e permanece intocável (Chaib e Lima, 2020).

Na verdade, a dedução da expressão da força de forma mais robusta se daria pelo trabalho de J. Bertrand (Chaib, 2019). É mais robusta pois, se no fim Ampère usa de quatro casos de equilíbrio mais a defesa experimental da terceira lei de Newton, Bertrand se desfaz da necessidade de dois dos casos de equilíbrio, os quais, em vez de premissas, tornam-se consequências experimentais. Acaba por ser mais rigorosa também, pois trata a função geradora da expressão para a força entre elementos de corrente como a mais geral possível.

Mas a importância do texto de 1822 está em revelar uma parte crucial do amadurecimento da obra amperiana entre os anos 1820 e 1826. Com relação a 1820 se amadurece a visão metodológica experimental e conceitual. É nessa memória que se reconhece o método experimental dos casos de equilíbrio como uma alternativa mais rigorosa ao método da interpolação. Igualmente, é ali que também é definida a grandeza “elemento de corrente” como sendo o produto da intensidade de corrente pelo comprimento infinitesimal do elemento do fio e a notação “ ids ”. Igualmente, nela se deduz pela primeira vez na história que a força de

um circuito fechado sobre um elemento de corrente é sempre perpendicular a este. Por outro lado, com relação a 1826, a dedução de 1822 ainda não é “deduzida unicamente da experiência” uma vez que foram admitidas como hipóteses *a priori* a natureza da força cair com o quadrado da distância e obedecer à lei de ação e reação, ao contrário da obra de 1826, que deduz experimentalmente essas duas hipóteses (Chaib e Lima, 2020). E embora essas hipóteses sejam bem fundamentadas pelas analogias estabelecidas com os demais ramos da física e as consequências experimentais que dali partem, a admissão da terceira lei de Newton *a priori* na eletrodinâmica será a base das narrativas críticas póstumas que, ao ignorar partes do texto de 1826, desmerecem o trabalho de Ampère (como em Whittaker, 1910, p. 91). Dentro dessa tradição – em comparação ao trabalho de Faraday que, dizem, seria mais baseado na observação experimental – ao confundir tempo e recursos para a execução experimental com posição epistemológica, tratam o trabalho de Ampère como que dominado pela intuição matemática, que transporia sem crítica as leis da mecânica newtoniana e que o experimento teria um papel secundário: nada mais longe da verdade (Chaib e Lima, 2020; Chaib e Assis, 2013; Assis e Chaib, 2012; Hofmann, 1982).

Tradução

A “Memória”, originalmente publicada em 1822, foi reeditada com adições textuais em 1823 e republicada na página 293 do *Compêndio de observações eletrodinâmicas* (Ampère, 1822b), doravante chamado *Recueil*, pelo seu nome em francês. É importante destacar que Ampère introduz um terceiro caso de equilíbrio no texto do *Recueil*, que está ausente no texto de 1822. Por sua vez, alguns trechos da versão do *Recueil* foram reutilizados no *Théorie* e apontados nas notas da tradução deste último para o português (Chaib, 2009).

Os termos entre colchetes são do tradutor. Incluiu-se a paginação original entre colchetes para consulta. Diferencia-se aqui as notas da tradução [N. T.] e as notas do autor [N. A.]. Também, no lugar de algumas vírgulas, adicionou-se travessão (–) para organizar melhor o texto, principalmente quando – isso acontece muito – há explicação dentro de explicação. Outra questão, Ampère tende a escrever frases muito longas, muitas vezes separadas com ponto e vírgula mas sem pontuação final. Adicionou-se pontuação em algumas partes para melhorar o fluxo da leitura.

Segue a tradução do artigo que é um dos marcos para a física e sua história.

[398]

Memória

Sobre a determinação da fórmula que representa a ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas [infinitesimais]¹ de condutores voltaicos.²

- 1 [N. T.] Ao longo do texto Ampère usará a expressão em voga na época *infiniment petites* (infinitamente pequenos) em vez do termo corrente hoje em dia *infinitésimaux* (infinitesimais). Optou-se por uma tradução mais literal.
- 2 [N. T.] Vale a pena destacar a expressão “ação mútua” no título da memória. Ela destaca a visão *interacional*

Pelo Sr. Ampère

(Lido para a Academia Real de Ciências na sessão de 10 de junho de 1822)

Quando acontece de se descobrir um novo gênero de ação até então desconhecido, o primeiro objetivo do físico deve ser determinar os principais fenômenos os quais resultam dele e as circunstâncias nas quais se produziram. Falta em seguida encontrar o meio de lhe aplicar o cálculo, representando por fórmulas o valor das forças que as partículas dos corpos exercem umas sobre as outras onde esse gênero de ação se manifesta.³ Desde que reconheci que dois condutores voltaicos agem um sobre o outro — tanto se atraindo quanto se repelindo — e que distingui e descrevi os efeitos⁴ que resultam disso nas diferentes situações nas quais eles podem se encontrar um com relação ao outro, procurei exprimir dessa maneira o valor da força que se exerce⁵ entre dois de seus elementos ou partes infinitamente pequenas, a fim de poder deduzir dali — pelos métodos conhecidos de integração — a ação que se estabelece entre duas porções de condutores dadas a forma e a posição.

A impossibilidade de submeter porções infinitamente pequenas do circuito voltaico diretamente à experiência obriga

[399]

necessariamente partir de observações feitas sobre os fios condutores de tamanho finito. E é preciso satisfazer essas duas condições [seguintes:] que as observações sejam suscetíveis de grande precisão e que sejam adequadas para determinar o valor da ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas. Isso se pode obter de duas maneiras: uma consiste em medir com a maior precisão os valores da ação mútua entre duas porções de quantidade finita, colocando-as sucessivamente, uma em relação a outra, em diferentes distâncias e diferentes orientações — pois é evidente que aqui a ação não depende apenas da distância. É então necessário fazer uma hipótese sobre o valor da ação mútua entre as duas porções infinitamente pequenas, para deduzir o [valor] da ação que deve resultar dela para os condutores de magnitude finita sobre os quais operamos, e modificar a hipótese até que os resultados do

de Ampère. Ou seja, a força não se dá de um corpo sobre outro que, por sua vez, responderia, mas se apresenta como uma *inter-ação*: a ação é uma relação que se estabelece mutuamente entre os corpos, ambos se “sentem”. E por ser uma interação, tomar quem são o sujeito e o objeto da ação (respectivamente, o objeto e o sujeito da reação) depende de quem analisa e não da natureza do fenômeno.

3 [N. T.] É interessante notar que, para Ampère, a ação se dá entre as partículas dos corpos (*particules des corps*). Veja-se que a expressão “partícula elétrica”, pode ter duas interpretações possíveis: (a) pode ser um elemento com natureza diferente das partículas materiais porém com mesmo nível de realidade ontológica dado à matéria e, de alguma forma, presa a ela ou (b) ser as próprias partículas materiais que apresentam a capacidade de interagir de forma elétrica (*manifestam* um gênero de ação). Ou seja, para cada gênero de interação encontrada, alguns físicos supõem o mesmo nível de existência ontológica para diferentes elementos fundamentais de diferentes naturezas, confundindo a realidade ontológica da grandeza com a realidade ontológica da matéria. Outros supõem que esses diferentes elementos são representações das diferentes formas de interação que a matéria manifesta (talvez facetas de uma ação mais fundamental). Ampère parece amadurecer no sentido de se encaixar nesse último caso, uma vez que defende que elementos e corpos de mesma natureza (que compartilham as mesmas propriedades fundamentais) é que interagem entre si (Ampère, 1826, p. 109); que a eletricidade é *das* partículas (e não *nas* partículas) (Ampère, 1826, p. 127-128); que essas mesmas partículas possuem inércia (Chaib e Assis, 2007, p. 94) além de abolir a característica elementar dada ao polo magnético, descrevendo-o como o resultado de efeitos eletrodinâmicos, ou seja, a interação eletrodinâmica entre os corpos é mais fundamental que a interação magnética derivada dela (Assis e Chaib, 2015 ou 2011).

4 [N. T.] No *Recueil*, o termo “efeitos” foi trocado por “ações”.

5 [N. T.] No *Recueil*, a expressão “que se exerce” foi trocada por “atrativa ou repulsiva”.

cálculo concordem com os da observação.⁶ É esse processo que inicialmente me propus a seguir, como expliquei em detalhes em um livro de memórias lido na Academia de Ciências em 9 de outubro de 1820.⁷ E embora [esse processo] nos conduza à verdade apenas pela via indireta das hipóteses, não deixa de ser valioso, pois muitas vezes é o único que pode ser empregado em pesquisas desse tipo. Um dos membros desta Academia, cujos trabalhos têm abarcado todas as partes da física, o descreveu perfeitamente na *Nota sobre magnetização impressa*

[400]

aos metais pela eletricidade em movimento, que nos foi lida em 2 de abril de 1821, chamando-o “um trabalho como uma espécie de adivinhação que é o objetivo de quase todas as pesquisas físicas”.⁸

Mas existe outra maneira mais direta de atingir o mesmo objetivo, é a que tenho seguido desde então e que me levou ao resultado desejado. Ela consiste em verificar pela experiência que as partes móveis dos condutores estão, em certos casos, exatamente em equilíbrio entre forças iguais ou torques iguais — qualquer que seja a forma da parte móvel — e buscar diretamente, com o auxílio do cálculo, qual deve ser o valor da ação mútua de duas porções infinitamente pequenas, para que o equilíbrio seja com efeito independente da forma da parte móvel.⁹

Foi assim que determinei esse valor combinando dois desses experimentos: um que comuniquei à Academia em 4 de dezembro de 1820;¹⁰ outro, cujo resultado acabei de constatar com toda a exatidão possível.

-
- 6 [N. T.] Esse processo pode ser chamado de *método da interpolação*. Esse foi o método empregado por Coulomb, por exemplo (Assis, 2022). Dito de outra maneira, experimentalmente se obtém diversas medidas pontuais correlacionando os valores de um par de grandezas e tenta-se conjecturar quais funções possíveis descreveriam o comportamento observado na evolução do par dos valores. Normalmente se escolhe *a priori* a função matematicamente mais simples como primeira conjectura. Mas esse não é o processo total. Se o objetivo é encontrar a *relação entre os elementos* que compõem os corpos interagentes, ainda há que identificar o conjunto de funções mais fundamentais que, quando integradas, resultam na função que coincide com o experimento. Outra vez, desse conjunto de prováveis funções elementares se escolhe como hipótese *a priori* a matematicamente mais simples. Veja-se que essa escolha de funções mais simples matematicamente é apenas por uma comodidade operacional, nada tendo a ver com a *Navalha de Ockham* cujo princípio é escolher o conjunto teórico que abarca o maior número de fenômenos com o menor número de abstrações ou *noúmenos* (ver também Chaib e Lima, 2020).
- 7 [N. A.] Essa memória não foi publicada separadamente [como livreto], mas os principais resultados foram inseridos na [memória] que publiquei em 1820 no volume XV dos *Annales de Chimie et de Physique*. [N. T.] Esse artigo consta no livro *Eletrodinâmica de Ampère* (Assis e Chaib, 2011) e no artigo em Chaib e Assis (2009).
- 8 [N. A.] Veja o *Journal des Savans*, abril de 1821, página 233. [N. T.] Antes de tudo, o nome do jornal mudou de “*Savans*” para “*Savants*” na década seguinte por questões de ortografia. Ampère se refere a um trecho do artigo de Biot (abr. 1821), quando este discute o método com o qual chegou à sua expressão de força. Há que se destacar que existiram erros metodológicos de Biot que foram apontados e corrigidos por Ampère (ver Assis e Chaib, 2015 ou 2011, cap. 17).
- 9 [N. T.] Ampère aqui enuncia em que consiste o método do *caso de equilíbrio*. Também denominado como “método nulo” (Blondel, 1982, p. 101; Maxwell, 1873, art. 503, p. 147; Darrigol, 2000, p. 11) ou “experimento nulo” (Tricker, 1965, p. 25). Esse método de obtenção de expressão da força elementar é inédito na história da ciência. Mais tarde, Ampère desenvolverá outros casos de equilíbrio de maneira a fazer a dedução de sua força ser “unicamente deduzida da experiência”. Ou seja, a obtenção de sua expressão será livre de hipóteses a respeito das naturezas da força e do elemento de corrente. Tricker (1965, p. 36) dirá que Ampère fez o “trabalho de Tycho Brahe, Kepler e Newton em uma pessoa”.
- 10 [N. T.] No *Recueil*, a frase “que comuniquei à Academia em 4 de dezembro de 1820” foi substituída por “que descrevi em um livro de memórias lido na Academia em 26 de dezembro de 1820, e neste Compêndio, p. 216”.

Este último procedimento só pode ser empregado quando a natureza da ação que se estuda fornecer casos de equilíbrio independente da forma dos corpos. Consequentemente, ele é muito mais restrito em suas aplicações do que o outro que falei agora há pouco. Mas como os condutores voltaicos apresentam circunstâncias em que esse tipo de equilíbrio ocorre, é natural preferi-lo a qualquer outro como mais direto e mais simples. Além do mais, no que diz respeito à ação exercida por esses corpos, existe um motivo bem mais decisivo ainda para o seguir [(esse procedimento)]

[401]

nas pesquisas relativas à determinação das forças que a produzem, é a extrema dificuldade de experimentos nos quais se proporia, por exemplo, medir essas forças pelo número de oscilações de um corpo submetido à sua ação. Essa dificuldade vem do fato de que quando se faz um condutor fixo atuar sobre uma porção móvel de condutor,¹¹ as partes do aparelho necessárias para estabelecer os contatos [com a pilha] dessa porção móvel atuam sobre ela ao mesmo tempo que o condutor fixo, alterando assim os resultados das experiências. Acredito, porém, que consegui superá-la em um aparelho capaz de medir a ação mútua entre dois condutores circulares concêntricos, um fixo e outro móvel, pelo número de oscilações deste último e variando a distância pelo emprego de diferentes condutores fixos, pelos quais a corrente elétrica passaria sucessivamente. Descreverei esse aparelho em outro lugar, o qual ainda não mandei confeccionar.¹²

É verdade que não encontramos os mesmos obstáculos quando medimos da mesma forma a ação de um fio condutor sobre um ímã. Mas esse meio não pode ser empregado quando se trata da ação que dois condutores voltaicos exercem um sobre o outro, e que deve ser o primeiro objeto de nossa pesquisa no estudo dos novos fenômenos.¹³ De fato, os experimentos

11 [N. T.] No *Recueil*, a expressão “de condutor” foi substituída por “do circuito voltaico”.

12 [N. T.] Ampère apresentará no *Recueil* (Ampère, 1822b, p. 224), na memória prévia a esta, o experimento em questão (gravura 10, fig. 4). Mas, na página 12 do *Théorie*, após a reprodução deste trecho, Ampère diz “Descreverei esse aparelho na sequência desta Memória” e se refere a um experimento diferente (Ampère, 1826, figura 20) daquele proposto no *Recueil*. Talvez por ser de mais fácil execução. Embora sejam feitos para extrair medidas quantitativas da ação entre porções de circuitos, eles não têm o mesmo fim. No *Théorie* (em 1826) o experimento aparece como sugestão para constatar numericamente a expressão da força já deduzida totalmente da experiência. Nesta memória (em 1822), seria para fazer uso do método da interpolação para justificar a relação da força com o inverso do quadrado da distância, pois Ampère usará neste artigo essa relação como hipótese *a priori*. De qualquer forma, não foi encontrado nenhum documento indicando que Ampère deu prosseguimento ao projeto de realizar medidas com qualquer um dos dois aparelhos. Como matemático de carreira e fora da linha seguida pela grande maioria dos físicos franceses, o dinheiro da grande maioria de seus experimentos saía do seu próprio bolso. Imagina-se aqui que, com o desenvolvimento do método dos casos de equilíbrio — que, além de muito mais rigoroso, demanda menos tempo — o método da interpolação ficou com importância menor em seus projetos. De fato, se Ampère usa neste artigo dois casos de equilíbrio, logo após a sua publicação, Felix Savary (1797-1841) usará mais um caso de equilíbrio para obter a relação que faltava para *deduzir experimentalmente* que, de fato, a força é proporcional ao inverso do quadrado da distância. Assim, torna-se desnecessário o uso dos aparelhos citados para a dedução, sendo apenas para curiosidade experimental.

13 [N. T.] A discussão neste parágrafo é bastante importante. Poderia ser o caso da ação da corrente elétrica acontecer apenas na presença de ímãs, tal como acontece com uma barra de aço doce, mas não foi o que Ampère observou. Por isso, Ampère identifica três conjuntos de fenômenos: os magnéticos (interação ímã-ímã), os eletromagnéticos (interação ímã-corrente elétrica) e os eletrodinâmicos (interação corrente elétrica-corrente elétrica). Ainda assim, a causa dos efeitos do último conjunto de fenômenos poderia nada ter a ver com a causa dos outros dois conjuntos, sendo a descoberta apenas uma coincidência. Não sendo coincidência, há que se entender qual a causa mais fundamental entre os três conjuntos. Para Ampère era a

que comuniquei à Academia em dezembro passado¹⁴ provaram que a hipótese pela qual os físicos da Suécia e da Alemanha acreditavam poder explicar a ação que descobri entre dois fios condutores, considerando-os como conjuntos

[402]

de pequenos ímãs situados em direções perpendiculares ao seu comprimento, está em oposição aos fatos, pois dois conjuntos de ímãs assim dispostos, qualquer que seja a forma que se lhes dê, não podem — nem de acordo com a teoria ordinária dos fenômenos magnéticos; nem de acordo com aquela que acredito dever substituí-la; nem de acordo com as várias experiências que fiz sobre este assunto há alguns meses — produzir um movimento contínuo sempre na mesma direção e, portanto, produzir a *vis viva* que se manifesta.¹⁵ De onde necessariamente segue que devemos considerar a ação descoberta pelo Sr. Oersted entre um condutor voltaico e um ímã ou como totalmente independente daquela que eu reconheci entre dois fios condutores, ou deduzi-la considerando — como eu fiz — não os condutores como conjuntos de ímãs transversais, mas — ao contrário — os ímãs como devendo suas propriedades a um arranjo da eletricidade [fluindo] ao redor de cada uma de suas partículas [de maneira] idêntica à da eletricidade nos fios condutores,¹⁶

eletrodinâmica, como defenderá ao longo do parágrafo. Portanto, sendo coincidência ou não, o estudo dos fenômenos eletromagnéticos não necessariamente revelará todos os fatos pertinentes para a análise eletrodinâmica. Por isso, os experimentos fundamentais de onde se deve tirar a expressão da força entre elementos de corrente devem ser puramente eletrodinâmicos.

- 14 [N. T.] Ampère se refere aos experimentos de rotação contínua (eletrodinâmicos e eletromagnéticos) que desenvolveu a partir de finais de 1821, logo após conhecer os experimentos de rotação eletromagnética de M. Faraday (1791-1867). Baseado nas analogias que sua proposta trazia, Ampère extrapolou os experimentos de Faraday para fenômenos que o próprio cientista inglês não esperava que acontecessem (Chaib e Assis, 2013; Assis e Chaib, 2012) e que fomentou a descoberta de um caso de equilíbrio e a escrita desta memória (Assis e Chaib, 2011, cap. 7; Chaib, 2009, cap. 6).
- 15 [N. T.] O teorema das “forças vivas” é análogo ao que chamamos hoje de teorema trabalho-energia, onde o trabalho mecânico sobre um corpo é igual à variação de sua energia cinética. Ampère explica que o trabalho através da força magnética em um caminho fechado é zero e, portanto, não há como qualquer configuração de interação entre ímãs gerar a rotação contínua e vencer o atrito. Ampère explicará, na próxima Nota do Autor, o motivo de isso não ser um impeditivo para a sua concepção.
- 16 [N. A.] Parece, à primeira vista, singular que os mesmos fatos que se opõem absolutamente a atribuir todas as propriedades [da ação] dos condutores voltaicos à magnetização transversal não se oponham a explicar todas as [propriedades da ação] dos ímãs considerando-os como conjuntos de correntes elétricas. Expliquei a causa dessa diferença em um breve relato do progresso desse ramo da física durante o ano de 1821, que li na reunião pública da Academia em 8 de abril de 1822 e que foi inserido no *Cahier* de fevereiro de 1822 do *Journal de Physique*. Ela vem que, na primeira hipótese [(magnetização do fio)], se deveria necessariamente poder imitar todos os fenômenos produzidos pela ação mútua entre dois condutores empregando somente ímãs colocados convenientemente. E isto não ocorre em relação ao movimento contínuo sempre no mesmo [sentido de rotação], o qual só pode ser obtido com dois condutores ou com um condutor e um ímã. Enquanto que no meu modo de conceber a ação magnética — [como fruto das] correntes elétricas que circundam cada partícula de um ímã formando circuitos fechados — não se pode substituir um condutor voltaico por um ou mais ímãs a não ser no que diz respeito aos fenômenos que o condutor produz igualmente, seja que ele forme ou não um circuito fechado. Ora, no experimento em que obtive o movimento sempre no mesmo sentido [de rotação] pela ação mútua entre dois fios condutores, é preciso necessariamente — como explicarei mais detalhadamente em outro lugar — que um deles não forme um circuito completamente fechado. Daí segue que ainda podemos obter — como o Sr. Faraday foi o primeiro a fazer — esse movimento singular, empregando um ímã no lugar do outro condutor, mas nunca substituindo os dois condutores por ímãs. O que se observa de fato nos experimentos que fiz sobre esse assunto e que cada um pode facilmente repetir.

[403]

arranjo que designei sob o nome de *corrente elétrica* — como fizeram a maioria dos físicos que escreveram sobre esse assunto. Ora, é claro que se a ação de um fio condutor sobre um ímã fosse devida a outra causa que não aquela que ocorre entre dois condutores os experimentos feitos com base na primeira [hipótese] não poderiam ensinar nada em relação à segunda. E [é claro] que se os ímãs devem suas propriedades apenas às correntes elétricas

[404]

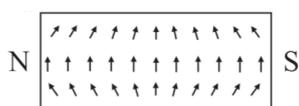
circundando cada uma de suas partículas seria necessário — para poder calcular os efeitos que devem produzir — saber [I.] se elas têm a mesma intensidade perto da superfície do ímã e em seu interior, ou de acordo com qual lei varia essa intensidade; [II.] se os planos dessas correntes estão em toda parte perpendiculares ao eixo da barra magnética, como eu supunha inicialmente, ou se a ação mútua entre as correntes do mesmo ímã lhes dá uma configuração um tanto mais inclinada em relação ao eixo na medida que elas estão em uma distância maior dele, e que se desviam mais do seu meio — como prova a diferença que se nota entre a posição dos polos de um ímã e as dos pontos que gozam das mesmas propriedades em um fio condutor enrolado helicoidalmente.¹⁷

[405]

É, portanto, observando os casos de equilíbrio independentes da forma dos condutores

17 [N. A.] Creio que devo inserir aqui a seguinte nota, extraída da *Analyse des travaux de l'Académie* durante o ano de 1821, publicada em 8 de abril de 1822. (Ver a parte matemática desta Análise, páginas 22 e 23.)

A principal diferença entre o modo de agir de um ímã e de um condutor voltaico, cuja parte é enrolada helicoidalmente em torno da outra, consiste em que os polos do primeiro estão situados mais perto do meio do ímã do que de suas extremidades, enquanto os pontos que apresentam as mesmas propriedades na hélice estão posicionados exatamente em suas extremidades: é o que deve acontecer quando a intensidade das correntes do ímã diminui do meio para as extremidades. Mas o Sr. Ampère, desde então, reconheceu outra causa que também pode determinar esse efeito. Tendo concluído a partir de seus novos experimentos que as correntes elétricas de um ímã existem em torno de cada uma de suas partículas, foi fácil para ele ver que não é necessário supor, como havia feito no início, que os planos dessas correntes estão em toda parte perpendiculares ao eixo do ímã. Sua ação mútua deve tender a dar a esses planos uma configuração inclinada em relação ao eixo, especialmente orientados para as extremidades. De modo que os polos [do ímã], em vez de estarem exatamente ali localizados — como deveriam estar, segundo os cálculos deduzidos das fórmulas dadas pelo Sr. Ampère, quando se supõe todas as correntes da mesma intensidade e em planos perpendiculares ao eixo — devem aproximar-se do meio do ímã proporcionalmente ao seu comprimento tanto quanto for maior o número de planos de correntes estando assim inclinados, ou seja, tanto mais quanto o ímã for mais espesso em relação ao seu comprimento, o que está de acordo com a experiência. Nos fios condutores dobrados helicoidalmente — e cuja parte [retilínea] retorna por cima do eixo a fim de destruir o efeito das correntes [no passo da hélice] de cada espira, que age como se estivessem paralelas ao eixo — as duas circunstâncias as quais, de acordo com o que acabamos de dizer, não se estabelecem necessariamente nos ímãs, existem necessariamente nesses fios. Da mesma forma, observa-se que as hélices possuem polos semelhantes aos dos ímãs, mas dispostos exatamente nas extremidades, tal qual fornecido pelo cálculo. [N. T.] Segue uma ilustração da distribuição dos planos das *correntes moleculares*, baseada em uma figura do *Recueil*, na carta de Ampère a Gaspard de La Rive em 12 de junho de 1822 (Ampère, 1822b, p. 257 e gravura 6, figura 25). Cada seta representa o sentido de uma corrente elementar gerando um dipolo magnético perpendicular, resultando nos polos do ímã.



Para mais detalhes e ilustrações, ver o livro *Eletrodinâmica de Ampère* (Assis e Chaib, 2015 ou 2011, cap. 5 e sec. 10.2). Vale a pena entender que esta questão ainda está em aberto (por exemplo, Jackson, 1977; Avner e Boillot, 2021).

que convém determinar a força cujo valor buscamos.¹⁸ O primeiro desses casos é o que destaquei em finais do ano de 1820. Ele consiste na igualdade de ação sobre um condutor retilíneo móvel por dois condutores fixos dispostos a iguais distâncias do condutor móvel. Um [desses condutores] retilíneo e o outro dobrado e curvado de uma maneira qualquer,

[406]

quaisquer que sejam, além disso, as sinuosidades formadas por este último. Imprimo neste momento para juntar ao *Compêndio* de memórias e notas relativas aos fenômenos eletrodinâmicos¹⁹ que publiquei — o qual se encontra [na editora] Crochard, livraria, Cloître Saint-Benoit n.15 [n.16], em Paris²⁰ — a descrição do aparelho com o qual eu verifiquei essa igualdade da ação por experiências suscetíveis de grande precisão.²¹ Demonstrei — em uma “Memória” lida em 24 de dezembro de 1822²² à Academia de Ciências — partindo desse fato assim constatado, que ao denominar ρ uma função de três ângulos — os quais determinam a configuração relativa entre duas porções infinitamente pequenas de correntes elétricas — proporcional à força que elas exercem uma sobre a outra a uma distância determinada quando se faz variar essa configuração; ao denotar esses três ângulos por α , β , γ — sendo α e β aqueles [ângulos] que as direções das duas pequenas porções formam com a linha que une seus pontos médios, e γ a inclinação mútua

[407]

entre os planos desses dois ângulos — a função ρ será necessariamente da forma

$$\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta) \cos(\gamma) + k \cos(\alpha) \cos(\beta) ,$$

sendo k um coeficiente constante.²³ Restava-me [na época] determinar o valor desse coefi-

18 [N. T.] Até este ponto o texto se assemelha ao do *Recueil* (p. 300). A partir daqui o texto será diferente pois Ampère acrescentará um terceiro caso de equilíbrio no *Recueil*, além dos dois que constam aqui, e mudará a ordem de apresentação deles. Sendo assim, o texto do aparelho descrito aqui e o desenvolvimento da expressão matemática será encontrado a partir da página 303 do *Recueil*, ainda com algumas diferenças na descrição.

19 [N. A.] Esta denominação se deve a que os fenômenos que ela designa são produzidos pela eletricidade em movimento nos fios condutores, em conformidade com a opinião geralmente admitida sobre aquilo que se passa dentro dos fios, e que o erudito [*savant*] autor da Notícia que eu citei a pouco acima exprime nestes termos “De acordo com as noções que damos mais acima sobre a construção do aparelho voltaico, é evidente que a eletricidade que ele desenvolve não é de outra natureza que a eletricidade desenvolvida pelo atrito nas nossas máquinas habituais: apenas que esta se mantém fixa, ao passo que a outra está em movimento” (*Journal des Savans*, abril 1821, p. 232). [N. T.] Vale lembrar que Ampère foi quem criou a palavra *eletrodinâmico(a)*, e defende o seu uso nesta nota (ver também Ampère, 1822c). A “Notícia” é o mesmo artigo de Biot (1821) citado em uma nota anterior.

20 [N. T.] Na verdade a publicação do *Compêndio* atrasou. Acabou por sair em 1823 com adição de novos fatos (Ampère, 1822b).

21 [N. T.] O caso de *equilíbrio do fio sinuoso*, em linguagem moderna, diz que a grandeza “elemento de corrente”, é uma grandeza vetorial. Para mais detalhes ver (Assis e Chaib, 2015 ou 2011 ou ainda Chaib, 2009).

22 [N. T.] Parece estranho Ampère se referir a um texto que, a princípio, teria ocorrido em uma data futura a esta memória, lida em 10 de junho de 1822. Há que se considerar duas hipóteses: o trecho foi acrescentado à memória em razão de sua publicação posterior, ou a data está errada. Para a primeira hipótese, não se encontrou nenhum registro de uma memória lida em 24 de dezembro de 1822 com o conteúdo em questão. E não faz muito sentido, uma vez que ele usará do raciocínio exposto para desenvolver a dedução, que é o coração desta “Memória”. Assim, Ampère está se referindo à memória de 4 de dezembro de 1820 que coincide com o conteúdo discutido (Ampère, 1820). De fato, Ampère corrigirá esse trecho no *Recueil* (p. 303).

23 [N. A.] A quantidade [ou proporção] que indiquei aqui como k está designada por m/n no caderno de setembro do

ciente. Não consegui fazê-lo a tempo, só percebi, segundo experimentos que comuniquei à Academia em 11 de dezembro de 1820, que esse valor parecia ser tanto menor quanto mais precisos eram os experimentos que fiz para determiná-lo. Como não suspeitava então que esse valor fosse negativo, apenas concluí que poderia ser considerado zero. Desde então, encontrei um novo²⁴ caso de equilíbrio independente da forma do fio condutor, do qual resulta uma relação entre k e o expoente da potência da distância entre as duas porções infinitamente pequenas de correntes elétricas, nas quais sua ação mútua é reciprocamente proporcional quando esta distância varia. A descrição do dispositivo com o qual observei este novo caso de equilíbrio e o cálculo pelo qual concluí a relação de que acabo de falar são o principal objeto da "Memória" que tenho a honra de apresentar à Academia. Mas como esse cálculo só pode ser feito com a ajuda de uma transformação pela qual expressei a função dos três ângulos [408]

α, β, γ , que a pouco denominei ρ , em [termos de] diferenciais parciais da distância entre as duas porções infinitamente pequenas de correntes elétricas consideradas, acredito que primeiro deveria explicar essa transformação.²⁵

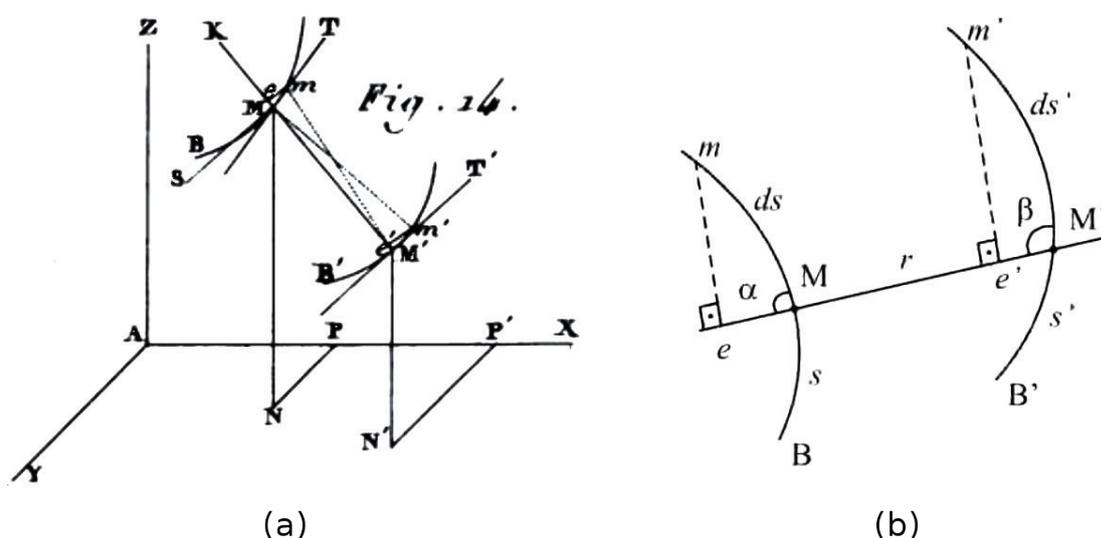


Figura 1: (a) Figura 14 da gravura 1. Note-se que Ampère usa o sistema de coordenadas levogiro ("regra da mão esquerda"); (b) Figura para auxiliar a visualização (Chaib, 2009, p. 121).

Sejam BM e $B'M'$ (gravura 1, fig. 14) [Figura 1 (a)], duas linhas representando fios condutores, e que em geral serão duas curvas com dupla curvatura. Suponhamos que s e s' representem os arcos BM e $B'M'$, contados a partir dos pontos fixos B e B' , $Mm = ds$, $M'm' = ds'$, serão duas porções infinitamente pequenas desses condutores, e suas direções serão determinadas pelas duas tangentes MT e $M'T'$. Ao nomear r a distância MM' , r será obviamente uma função das duas

Journal de Physique, no ano de 1820, onde inseri a demonstração em questão aqui. Encontramo-la com mais detalhes no meu *Compêndio* de memórias e notas que citei acima.

24 [N. T.] No *Recueil*, a expressão "novo" foi substituída por "terceiro".

25 [N. T.] Pela narrativa do texto, parece que essa é a primeira vez que essas relações são postas em evidência, ou mesmo deduzidas. Chaib (2018) apresenta o equivalente dessas transformações usando de notação contemporânea. Destaca-se ainda que na época não se fazia diferença para a notação entre diferencial total (d) e diferencial parcial (∂).

variáveis independentes s e s' . Se traçarmos dos pontos m , m' sobre [a reta] MM' as perpendiculares me e $m'e'$ [de tal forma] que poderemos considerar [as linhas mMe e $m'M'e'$] como pequenos arcos de círculos descritos respectivamente de centros M' e M , e se considerarmos os ângulos α e β , de modo que tenham sua abertura voltada para o mesmo lado, como supus no cálculo do valor de ρ , tomando-se o ângulo α , por exemplo, entre a direção MT de Mm e o prolongamento MK de MM' , o ângulo β [por sua vez] deverá estar entre a direção $M'T'$ de $M'm'$ e a mesma reta MM' , teremos então essas duas equações:

$$\cos(\alpha) = \frac{dr}{ds},$$

$$\cos(\beta) = -\frac{dr}{ds'},$$

porque o ponto M' permanece fixo quando varia sozinho na função r , e o ponto M [permanece fixo] quando é s' [que varia sozinho na função r]. Tira-se daí,

[409]

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = -\frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'}$$

Diferenciando o valor de $\cos(\beta)$ com relação a s , encontra-se:

$$\frac{d\beta}{ds} \text{sen}(\beta) = \frac{d^2r}{ds ds'}$$

mas quando o ponto M é transportado para m , e assim s conseqüentemente se torna $s+ds$, o ângulo β obviamente diminui, enquanto o ângulo γ entre os dois planos $M'MT$ e $MM'T'$ for agudo, por ser uma quantidade que é a projeção do ângulo $MM'm$ sobre o plano $MM'T'$. E como esse ângulo é infinitamente pequeno, temos:

$$d\beta = -MM'm \cos(\gamma);$$

valor que também se aplica ao caso em que γ é um ângulo obtuso, porque então β aumenta com s .

Mas o ângulo $MM'm$ tem por medida:

$$\frac{me}{M'm} = \frac{ds \text{sen}(\alpha)}{r}$$

[410]

Assim,

$$\frac{d\beta}{ds} = -\frac{\text{sen}(\alpha) \cos(\gamma)}{r},$$

de onde segue que:

$$\text{sen}(\alpha) \text{sen}(\beta) \cos(\gamma) = -r \frac{d^2r}{ds ds'}$$

26 [N. A.] Se encontrará: $\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'}$,

se tomarmos para α e β os [respectivos] ângulos $M'MT$, $MM'T'$, cujas aberturas estão viradas em direções opostas. Mas o resultado do cálculo não seria alterado em nada porque essa mudança de sinal de $\cos(\alpha) \cos(\beta)$ envolveria o sinal do valor de k quando se determinasse k , e conseqüentemente daria o mesmo valor para $\text{sen}(\alpha) \text{sen}(\beta) \cos(\gamma) + k \cos(\alpha) \cos(\beta)$.

Substituindo esses valores de $\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\gamma)$ e de $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ no [valor] de ρ , se obtém:

$$\begin{aligned} \rho &= -\left(r \frac{d^2r}{ds ds'} + k \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}\right) = \\ &= -r^{1-k} \left(r^k \frac{d^2r}{ds ds'} + k r^{k-1} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}\right) = \\ &= -r^{1-k} \frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds} = -\frac{r^{1-k}}{1+k} \cdot \frac{d^2(r^{1+k})}{ds ds'}. \end{aligned}$$

Como é essa quantidade

$$\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\gamma) + k\cos(\alpha)\cos(\beta),^{27}$$

que representamos por ρ , tem-se essa fórmula de trigonometria analítica que poderia, talvez, receber outras aplicações:

$$\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\gamma) + k\cos(\alpha)\cos(\beta) = -\frac{r^{1-k}}{1+k} \cdot \frac{d^2(r^{1+k})}{ds ds'}.$$

Ao supor ali que , ela se torna

$$\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\beta) = -\frac{d^2(r^2)}{ds ds'}.$$

E se representarmos por x, y, z , três coordenadas retangulares do ponto M , e por x', y', z' , as [411]

do ponto M' referentes aos mesmos eixos, [os valores de] x, y, z , irão variar apenas com s , e x', y', z' com s' , de onde segue, por conta de

$$\frac{r^2}{2} = \frac{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}{2},$$

que

$$\frac{d\left(\frac{r^2}{2}\right)}{ds'} = (x' - x) \frac{dx'}{ds} + (y' - y) \frac{dy'}{ds'} + (z' - z) \frac{dz'}{ds'}.$$

e que

$$\frac{d\left(\frac{r^2}{2}\right)}{ds ds'} = -\frac{dx}{ds} \frac{dx'}{ds} - \frac{dy}{ds} \frac{dy'}{ds'} - \frac{dz}{ds} \frac{dz'}{ds'};$$

se terá então:

$$\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{dx}{ds} \frac{dx'}{ds} + \frac{dy}{ds} \frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds} \frac{dz'}{ds'},$$

que é, evidentemente, o valor do cosseno do ângulo formado pelas direções de Mm [ds] e de $M'm'$ [ds']. Então, [reiterando], o cosseno desse ângulo encontra-se igual a

$$\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\beta);$$

o que é, além disso, evidente pelo princípio fundamental da trigonometria esférica. Se denominar [respectivamente por] i e i' as [intensidades das] ações exercidas à distância 1 [unitária] na configuração onde

27 [N. T.] Por um erro tipográfico, no original está escrito " $k\cos(\alpha)\cos(\gamma) \dots$ ". Esse erro foi corrigido no *Recueil* (p. 307) e decidiu-se implementar essa correção aqui.

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{2} \text{ e } \gamma = 0$$

— o que fornece $\rho=1$ — por duas porções de fios condutores BM e $B'M'$ [com tamanhos] iguais à unidade de comprimento sobre uma [terceira] porção [com tamanho] igual à mesma unidade [de comprimento] de um terceiro condutor cuja energia eletrodinâmica [deste último] seja tomada por unidade entre as energias relativas entre diversos condutores;²⁸

[412]

e ao designar por n o expoente de potência da distância entre duas porções infinitamente pequenas de condutores, para a qual sua ação mútua é reciprocamente proporcional quando esta distância varia sozinha, será fácil de ver — de acordo com o que tratei sobre esse assunto no caderno de setembro do *Journal de Physique* e no *Compêndio [Recueil]* citado acima, pág. 225 e seguintes — que as intensidades da ação das duas pequenas porções de condutores que denominei por g e h na nota do *Journal de Physique*, serão representadas aqui — por conta de seus comprimentos serem ds e ds' — por ids e $i'ds'$, e que sua ação mútua lhe será [representada] por

$$\frac{\rho i i' ds ds'}{r^n},$$

o expoente n sendo igual a 2, se esta ação é, tomando o resto constante, em razão inversa do quadrado da distância, como o admiti desde meus primeiros trabalhos sobre os fenômenos eletrodinâmicos, me baseando, na verdade, mais sobre a analogia que sobre provas diretas.

Substituindo, nessa expressão, a função ρ pelos seus valores acima, ela se torna:

28 [N. T.] Embora Ampère use o termo "energia eletrodinâmica" (*énergie électro-dynamique*) ele está se referindo ao que denominou depois por "intensidade de corrente elétrica" (Ampère, 1826, p. 27). E esta última forma de denominar é usada até hoje. Assim, observa-se que ainda na fase da construção das grandezas elementares da eletrodinâmica, também as nomenclaturas estão em fase de amadurecimento conceitual.

Note também que até o início desse parágrafo Ampère só se preocupou em discutir a função ρ . Agora irá discutir outros aspectos da interação mútua com $\rho = 1$. É importante reparar que nessa passagem *i ainda não denota um valor da grandeza "intensidade de corrente elétrica"*, mas um valor de força (da "ação")! Dito de outra forma, (I) ao tomar duas porções retilíneas (BM e PADRÃO) de diferentes condutores, que estão paralelas entre si e à uma distância unitária; (II) ambas porções têm comprimento unitário mas a primeira (BM) com intensidade de corrente elétrica com valor diferente de 1, enquanto a outra (PADRÃO) tem intensidade de corrente tomada como unitária; (III) então *de ine-se o valor dessa interação como i* ; (IV) toma-se agora as duas porções retilíneas ($B'M'$ e PADRÃO) em situação análoga; (V) define-se o valor dessa interação como i' . Ao definir i e i' como valores de ação, observa-se que o cientista francês ainda está amadurecendo a ideia da necessidade da grandeza "intensidade de corrente elétrica" na fórmula da força eletrodinâmica, de maneira que no *Théorie* essa discussão fica melhor (Ampère, 1826, p. 27) e um pouco diferente, pois não há mais necessidade de imaginar porções de circuito com comprimento unitário. Segue aqui que Ampère argumentará que a interação será inversamente proporcional a uma potência da distância mútua entre duas porções infinitesimais do circuito (ds e ds') e diretamente proporcional ao produto dos elementos de corrente ids e $i'ds'$. No fundo, Ampère define o que hoje se chama "sistema eletrodinâmico de unidades". Nesse sistema, é igual a 1 o valor numérico da constante de proporcionalidade que ajusta matematicamente a igualdade entre o valor da força e o valor da proporção das demais grandezas na expressão da força eletrodinâmica.

$$-r^{1-k-n} \frac{d(r^k \frac{dr}{ds})}{ds} i i' ds ds',$$

ou

$$\frac{-r^{1-k-n}}{1+k} \frac{d^2(r^{1+k})}{ds ds'} i i' ds ds'.$$

Ao designar, conforme à notação empregada em diversas obras, notadamente no *Tratado de* [413]

mecânica [*Traité de mécanique*] do Sr. Poisson (tomo 1, art. 171) por dr a diferencial da distância r com relação ao deslocamento do ponto M , e por $d'r$ a diferencial da mesma distância relativa ao deslocamento M' , de maneira que aquilo que, de acordo com a notação ordinária, é expressa por

$$\frac{dr}{ds} ds,$$

o seja [expressa] por dr , que ds' seja substituída por $d's'$, e que

$$\frac{dr}{ds'} ds'$$

o seja [substituído] por $d'r$, se poderá escrever esses dois valores assim:

$$-ii r^{1-n-k} d(r^k dr),$$

$$-\frac{ii r^{1-n-k} dd'(r^{1+k})}{1+k}.$$

Se poderá usar qualquer um desses dois valores que convenha melhor ao objetivo proposto em cada caso particular. O primeiro [valor] é o mais cômodo no caso que me servi para determinar a relação entre n e k resultante de minha nova experiência. Para fazer uso dessa fórmula, se calculará o valor de r em função das seis coordenadas dos dois pontos M e M' , sejam essas coordenadas três retas perpendiculares, ou duas retas e um ângulo ou dois ângulos e uma reta. E se deduzirá dali, por diferenciação simples, os valores das diferenciais parciais de r que entram na fórmula, cuidando para variar apenas as três coordenadas do ponto M na

[414]

diferenciação marcadas pelo símbolo d , e apenas variar aquelas do ponto M' nas diferenciações que representa o símbolo d' .

Uma das vantagens do valor que acabamos de encontrar para ρ consiste no fato de podermos executar — relativamente às coordenadas escolhidas — apenas a diferenciação relativa à mudança de posição de um dos pontos M ou M' , e contentar-se em indicar a outra,

A espiral representada na fig. 2 [Figura 3], com a ajuda da qual se produz o movimento contínuo no aparelho (fig. 1),³¹ mergulha por suas duas extremidades nas taças S'' e S''' (fig. 16) [Figura 2]. O condutor móvel apoiado pelo ponto K na taça S' [Figura 2] consiste em duas partes iguais e semelhantes $KFGH$ e $KEDB$ para que a Terra não atue sobre esse condutor. Elas estão unidas por um círculo BH

[415]

concêntrico com a haste TT' : a esse círculo é ligado um ponto A que mergulha no mercúrio da taça O . Se estabelece os contatos mergulhando, por exemplo, o fio positivo dentro de S e o fio negativo dentro de S''' . A corrente se reparte então entre as direções $STKEDBAONS''$ e $STKFGHAONS''$. Chegando assim na taça S'' , ela percorre a espiral LLL' (fig. 2) [Figura 3.]

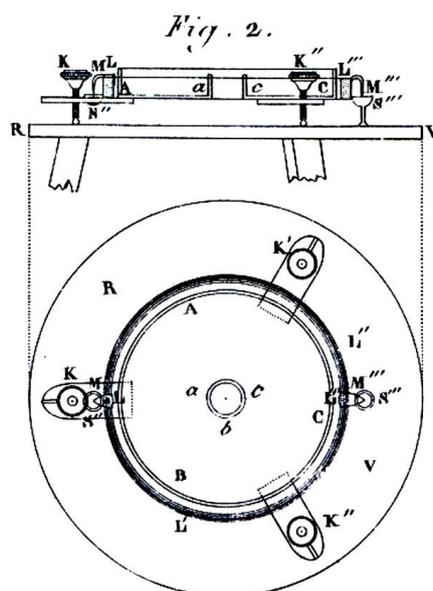


Figura 3: Imagem da Figura 2, retirada de Ampère (1822a).

e retorna para a taça S''' (fig. 16) [Figura 2], onde se faz mergulhar o apêndice $L''M'''$ (fig. 2) [Figura 3], e que se põe em contato com a extremidade negativa da pilha fazendo mergulhar ali também o condutor que vem dessa extremidade que foi mergulhada.³² Estando tudo assim disposto, o condutor móvel $BDEFGH$ não gira mais de maneira contínua como o [condutor móvel] da Figura 1, ele não toma nenhum movimento ou então oscila em torno de uma posição de equilíbrio estável. Se assegura facilmente que a ação será completamente nula se a espiral estivesse construída com perfeita regularidade. Mas como é difícil fazer assim, vê-se a posição de equilíbrio variar com as irregularidades da espiral, e mudando um pouco a forma dessa espiral, pressionando-a com a mão, tem-se uma nova posição de equilíbrio. Mas dentro de cada caso

31 [N. T.] A ilustração do aparelho de rotação contínua, figura 1, não consta nesta tradução por se tratar apenas de uma referência ao experimento explicado no artigo "Experimentos relacionados a novos fenômenos eletrodinâmicos" (Ampère, 1822c), publicado no mesmo volume desta memória.

32 [N. T.] No *Recueil*, esta última frase está reescrita como "e a qual está em contato com a extremidade negativa da pilha pelo reóforo proveniente dessa extremidade que ali foi mergulhado."

sobre uma porção infinitamente pequena do condutor BM situada em M , é representada por

$$- a i i' r^{1-n-k} d' t' d \left(r^{k-1} u \text{sen}(t' - t) \right),$$

[417]

se decompor essa força seguindo a linha MO perpendicular ao plano $AMNK$, e que se baixe do ponto M' sobre o raio ANK a perpendicular $MK = a \text{sen}(t-t')$, que estará evidentemente paralela à MO , será preciso — para ter a componente ao longo de MO — multiplicar a força ao longo de MM' , a qual acabamos de encontrar o valor por:

$$\frac{M'K}{MM'};$$

o qual fornecerá:

$$-a^2 i i' d' t' r^{-n-k} \text{sen}(t' - t) d \{ r^{k-1} u \text{sen}(t' - t) \}.$$

Multiplicando essa quantidade pela distância $MQ = u$ do ponto M ao eixo AZ , se terá, para o momento de rotação [i.e. torque]:

$$-a^2 i i' d' t' r^{-n-k} u \text{sen}(t' - t) d \{ r^{k-1} u \text{sen}(t' - t) \}.$$

Tal é a ação exercida pelo pequeno arco³⁶ ds' do condutor fixo horizontal para fazer girar o pequeno arco ds do condutor móvel ao redor desse eixo. Integrando-o com relação às diferenciais designadas por d , se terá essa ação tal que ela é exercida pelo pequeno arco ds' sobre todo o condutor móvel. Ora, de acordo com a experiência que prova que essa ação é zero todas as vezes que essas duas extremidades estão no eixo, será necessário que a integral seja nula todas as vezes que se tome ela entre dois limites para os quais $u=0$, quaisquer que sejam além do mais a forma do condutor móvel e sua posição com relação ao pequeno arco ds' situado em M' , ou seja, qualquer que seja os valores de r e de t em funções de u que seja preciso

[418]

substituir em relação a r e t para integrar de $u=0$ a $u=0$, se essa quantidade não fosse uma diferencial exata com relação às três quantidades r, t, u , que variam com a posição do ponto M . Ora, sabe-se que para o valor de uma integral seja assim independente das relações das variáveis que ali entram — e permanecer sempre a mesma entre os mesmos limites — é necessário que ele se apresente sob a forma de diferencial exata entre as variáveis consideradas como independentes, o que não pode acontecer a menos que se tenha:

$$k-1 = -n-k,$$

ou

$$k = \frac{1-n}{2}.^{37}$$

36 [N. T.] No original está escrito "eixo" (*axe*), mas não faz sentido uma vez que o condutor fixo é uma espira. Na versão do *Recueil* (p. 314), este termo foi substituído por "arco" (*arc*), o que é uma correção de fundo para manter a coerência, por isso ela foi implementada aqui também.

37 [N. T.] Em outras palavras, a partir da forma geral da expressão da força entre elementos de corrente Ampère encontra uma função que, se integrada nos caminhos ds e ds' , fornece o valor do torque entre o circuito móvel e o circuito fixo na sua experiência. Acrescenta-se então que o caso de equilíbrio da não existência da rotação contínua estabelece experimentalmente que esse torque é nulo para qualquer forma do condutor móvel. Isso só pode ser verdade se o valor da integral em ds for independente do caminho. Por sua vez, isso revela que a função a ser integrada deve ser uma função exata, ou seja, uma diferencial $d\phi$ originada de uma função ϕ derivável nas três variáveis independentes r, t e u . Ao desenvolver esse raciocínio, cria-se um sistema de equações cuja condição de verdade só terá solução se $k-1 = -n-k$. Para os devidos cálculos ver Chaib (2009, p. 126).

Tal é a relação que a experiência demonstra existir entre n e k . Quando $n = 2$, tem-se $k = -1/2$. Mas qualquer que seja a força das analogias que levam a pensar que n de fato seja igual a 2, não há nenhuma prova deduzida diretamente da experiência, pois todas as experiências feitas sobre este assunto foram realizadas fazendo agir um condutor voltaico sobre um ímã, e [essas analogias] se aplicam, conseqüentemente, apenas por uma extensão que não se pode considerar como uma prova completa à ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas de correntes elétricas.³⁸

A relação acima fornece:

$$n = 1 - 2k;$$

o que reduz o valor dessa ação a

$$-ii'r^k d(r^k d'r),$$

[419]

ou a

$$-\frac{ii'r^k dd'(r^{1+k})}{1+k}$$

Em 24 de junho³⁹ eu li uma "Nota adicional a esta 'Memória'" de onde tirei de minha fórmula expressa sob esta forma dois resultados notáveis: o primeiro se obtém decompondo a força que o elemento ds exerce sobre o elemento ds' , na direção desse último multiplicando-a por

$$\cos(\beta) = -\frac{d'r}{d's'};$$

o que fornece

$$\frac{ii'}{d's'} r^k d'r d(r^k d'r),$$

cujas integrais com relação a d é:

$$\frac{ii'(r^k d'r)^2}{2 d's'} + c = \frac{1}{2} ii' r^{2k} d's' \cos(\beta) + c,$$

38 [N. T.] É importante salientar a preocupação de Ampère em deixar claro o caráter indireto com que supõe que a força eletrodinâmica seria proporcional ao inverso do quadrado da distância entre os elementos interagentes, ou seja, assumir $n=2$. No momento, essa escolha se justifica pela analogia com a experiência de Biot e Savart (2006) no resultado que Ampère obteve em janeiro de 1821 (Chaib, 2009, p.103) e nas demais analogias que as forças eletrostática, magnética e gravitacional apresentam. Assim, é importante notar esse cuidado: na discussão que segue Ampère deixará a sua expressão em termos de k , relação obtida diretamente da experiência, sem escrever explicitamente sua fórmula com os valores $n=2$ e $k=-1/2$. O obstáculo foi superado em fevereiro de 1823, quando Felix Savary apresentou um artigo deduzindo uma outra relação para n e k , a partir do caso de equilíbrio do anel toroidal (Chaib, 2009, p. 138-139).

39 [N. T.] Como esta memória foi publicada alguns meses após a leitura da Nota do dia 10 de junho, Ampère adicionou também o assunto lido na sessão de 24 de junho.

que deverá ser tomada entre os limites marcados pelas duas extremidades do condutor BM . Se esse condutor forma um circuito completamente fechado os valores de r e de $\cos(\beta)$ serão os mesmos nos dois limites, porque esses limites se encontrarão no mesmo ponto, e a integral será, conseqüentemente, nula. De onde segue que a resultante de todas as ações exercidas por um circuito fechado sobre uma pequena porção de condutor é sempre perpendicular à direção dessa pequena porção. Destaco, sobre esse assunto, que [esse resultado] deve acontecer mesmo para um conjunto qualquer de circuitos fechados, e conseqüentemente para um ímã, no momento que o considerar como tal, conforme

[420]

a minha opinião sobre a causa dos fenômenos magnéticos, e é o que resulta [de] várias experiências devidas a diversos físicos.

O segundo resultado consiste em que o valor sendo negativo, a expressão da ação mútua de duas porções infinitamente pequenas de correntes voltaicas

$$\frac{ii' (\sin(\alpha)\sin(\beta) \cos(\gamma) + k \cos(\alpha) \cos(\beta))}{r^n},$$

torna-se negativa quando se supõe que os dois ângulos α e β — [tomados] abertos para o mesmo lado — são nulos, de maneira que as duas pequenas porções devem se repelir quando elas se encontram sobre uma mesma reta, e quando elas estão direcionadas para o mesmo ponto do espaço. Obtive disso essa conclusão: que todas as partes de uma mesma corrente retilínea se repelem mutuamente, o que seria provavelmente a causa dos efeitos conhecidos do molinete elétrico, que assim se devia considerar esses efeitos como o primeiro fenômeno eletrodinâmico observado e que não se devia mais os explicar como se faz de costume.⁴⁰

Embora as duas pequenas porções de correntes elétricas estejam apenas aparentemente direcionadas no mesmo sentido, e que se deva, na verdade, considerá-las como percorrendo em sentido contrário os dois lados de um ângulo de 200 gr [180°], a repulsão, neste caso, seria uma coisa tão inesperada que seria necessário verificá-la.⁴¹ Desde então realizei a experiência

40 [N. T.] Ao que parece, o molinete elétrico (torniquete elétrico ou de moinho de vento elétrico) foi inventado pelo professor de filosofia na Universidade de Dublin, Hamilton, por volta de 1750 (Wilson, 1760, p. 905-906). O instrumento consiste em um condutor móvel livre para girar ao redor de um eixo, de maneira que uma parte pontiaguda do condutor esteja perpendicular à linha que liga essa parte ao eixo de rotação. Um exemplo específico seria como um catavento metálico. Ao eletrizar o instrumento pelo eixo, aumenta-se a sua carga continuamente de tal forma que o condutor móvel, perdendo a carga pelas pontas, começa a girar no sentido oposto da ponta, sendo que ele não funciona no vácuo. Hoje seu funcionamento é explicado baseando-se no chamado vento elétrico. Historicamente, há controvérsias sobre os princípios de funcionamento desse instrumento (Robinson, 1962). Ampère propõe um olhar eletrodinâmico sobre o fenômeno, em vez de eletrostático, uma vez que, com o valor de k negativo, seu modelo prevê a repulsão entre dois elementos de corrente colineares com corrente fluindo no mesmo sentido.

41 [N. T.] Quando Ampère diz que as correntes sobre a mesma direção apontando para o mesmo ponto espacial

com o Sr. Auguste de la Rive, e ela foi um completo sucesso.⁴²

A repulsão aparece com efeito entre uma corrente estabelecida no mercúrio, e essa mesma corrente prolongada em um fio

[421]

condutor que flutua [sobre o mercúrio], quer ela [a corrente] passe do mercúrio para o fio ou do fio para o mercúrio, de maneira que é impossível de atribuir a esse fenômeno — perfeitamente semelhante ao do molinete elétrico, exceto que o ar é aqui substituído pelo mercúrio — as causas que se atribuiu até o momento presente no único caso em que foi observado, este que se estabelece no ar.

Agradecimentos

Deseja-se agradecer aos árbitros pelos comentários e sugestões de correções.

Referências bibliográficas

- AMPÈRE, A.-M. Note sur un mémoire lu à l'Académie royale des sciences, dans la séance du 4 décembre 1820. *Journal de Physique, de Chimie, d'Histoire Naturelle et des Arts...*, v. 91, p. 226-230, 1820. Disponível em: <http://www.ampere.cnrs.fr/bibliographies/pdf/1820-P054.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- AMPÈRE, A.-M. Mémoire sur la détermination de la formule qui représente l'action mutuelle de deux portions infiniment petites de conducteurs voltaïques: lu à l'Académie des sciences le 10 juin 1822. *Annales de Chimie et de Physique*, v. 20, p. 398-419, 1822a. Disponível em: <http://www.ampere.cnrs.fr/bibliographies/pdf/1822-P101.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- AMPÈRE, A.-M. *Recueil d'observations electro-dynamiques*. Paris: Crochard, 1822b. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k94802p/f4.image.r=.langFR>. Acesso em: 1 dez. 2022. (Apesar da data de capa, só foi publicado em 1823).
- AMPÈRE, A.-M. Expériences relatives à de nouveaux phénomènes électro-dynamiques. *Annales de Chimie et de*

longe delas estão, na verdade, em sentido opostos, é porque uma corrente se afasta do vértice do ângulo de 180° que ambas formam, enquanto que a outra se aproxima dele. Aqui, Ampère discute sua ideia primitiva onde “correntes no mesmo sentido se atraem”. Embora caiba um artigo discutindo essa questão detalhadamente, suspeitamos que a admissão desse enunciado *a priori* foi um dos motivos que levou Ampère a supor $k=0$. O que não acontece mais quando $k=-1/2$. Joseph Bertrand (1822-1900) fará uma observação a respeito dessa questão no final de seu artigo (Chaib, 2019, p. 131), mostrando que a força será atrativa ou repulsiva ou nula dependendo da situação de um elemento de corrente com relação a uma dada superfície de revolução, onde o outro elemento interagente está no eixo que gera essa superfície.

- 42 [N. T.] Como Ampère destacou, se $n = 2$, então $k = -1/2$. Assim, essa hipótese também será reforçada nesta memória, a seguir, pela confirmação experimental de uma previsão anti-intuitiva: se há repulsão colinear entre elementos de corrente, pedaços finitos de correntes colineares também se repelirão. E foi o que Ampère observou no experimento citado, chamado hoje de *ponte de Ampère* (Chaib, 2009, Seção 7.2). Por outro lado, pelo eletromagnetismo de Lorentz negar a força de Ampère, só se pode explicar esse experimento ao admitir que a ação eletrodinâmica que emerge de um corpo sólido causaria sobre si próprio uma mudança no movimento com relação às estrelas (uma violação da terceira lei de Newton), hipótese que se mostrou experimentalmente inconsistente (Chaib e Lima, 2020).

- Physique*, v. 20, p. 60-74, 1822c. Disponível em: <http://www.ampere.cnrs.fr/bibliographies/pdf/1822-P105.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- AMPÈRE, A.-M. *Théorie des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience*. Paris: Méquignon-Marvis, 1826.
- ASSIS, A.K.T. *Tradução comentada das principais obras de Coulomb sobre eletricidade e magnetismo*. Montreal: Apeiron, 2022. Disponível em: <http://www.ifi.unicamp.br/~assis/Coulomb.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- ASSIS, A.K.T.; CHAIB, J.P.M.C. *Eletrodinâmica de Ampère*. Campinas: Editora Unicamp, 2011.
- ASSIS, A.K.T.; CHAIB, J.P.M.C. Ampère's motor: Its history and the controversies surrounding its working mechanism. *American Journal of Physics*, v. 80, n. 11, p. 990-995, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1119/1.4746698>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- ASSIS, A.K.T.; CHAIB, J.P.M.C. *Ampère's electrodynamics: analysis of the meaning and evolution of Ampère's force between current elements, together with a complete translation of his masterpiece: theory of electrodynamic phenomena, uniquely deduced from experience*. Montreal: Apeiron, 2015. Disponível em: <http://www.ifi.unicamp.br/~assis/Amperes-Electrodynamics.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- AVNER, S.; BOILLOT, F. Electron mass predicted from substructure stability in electrodynamic model. *Frontiers in Physics*, v. 8, p. 213, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.00213>.
- BIOT, J.-B. Sur l'aimantation imprimée aux métaux par l'électricité en mouvement: lu à la séance publique de l'Académie des sciences, le 2 avril 1821. *Journal des Savants*, p. 221-235, abr. 1821.
- BIOT, J.-B.; SAVART, F. Nota sobre o magnetismo da pilha de Volta. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Campinas, v. 3, p. 307-309, 2006. Disponível em: [https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Cad-Hist-Fil-Ci-V16-p303-309\(2006\).pdf](https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Cad-Hist-Fil-Ci-V16-p303-309(2006).pdf). Acesso em: 1 dez. 2022.
- BLONDEL, C. A.-M. *Ampère et la création de l'électrodynamique (1820-1827)*. Paris: Bibliothèque Nationale, 1982.
- CHAIB, J.P.M.C. *Análise do significado e da evolução do conceito de força de Ampère, juntamente com a tradução comentada de sua principal obra sobre eletrodinâmica*. Tese (Doutorado em Física) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/435449>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- CHAIB, J.P.M.C. Deduzindo $d\mathbf{F} = id\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ da eletrodinâmica de Ampère. *Physicae Organum: Revista dos Estudantes de Física da Universidade de Brasília*, v. 4, n. 1, p. 59-67, 2018. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/physicae/article/download/12619/11028/22773>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- CHAIB, J.P.M.C. Contextualização e tradução do artigo "Demonstração dos teoremas relativos às ações eletrodinâmicas", escrito por J. Bertrand. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 36, n. 1, p. 99-134, 2019. DOI: <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2019v36n1p99>.
- CHAIB, J.P.M.C.; ASSIS, A.K.T. Sobre os efeitos das correntes elétricas: tradução comentada da primeira obra de Ampère sobre eletrodinâmica. *Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência*, v. 5, p. 85-102, 2007. Disponível em: <https://rbhciencia.emnuvens.com.br/rsbhc/article/view/146/111>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- CHAIB, J.P.M.C.; ASSIS, A.K.T. Sobre os efeitos das correntes elétricas (segunda parte): tradução comentada da primeira obra de Ampère sobre eletrodinâmica. *Revista Brasileira de História da Ciência*, v. 2, n. 1, p. 118-145, 2009. DOI: <https://doi.org/10.53727/rbhc.v2i1.374>.
- CHAIB, J.P.M.C.; ASSIS, A.K.T. Motor de Ampère: elementos para um ensino crítico de física. In: SILVA, C.C.; PRESTES, M.E.B. (orgs.). *Aprendendo ciência e sobre sua natureza: abordagens históricas e filosóficas*. São Carlos: Tipografia Editora Expressa, 2013. p. 55-70.
- CHAIB, J.P.M.C.; LIMA, F.M.S. Resuming Ampère's experimental investigation of the validity of Newton's third law in electrodynamics. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, v. 45, n. 1, p. 19-51, 2020. Disponível em: <https://fondationlouisdebroglie.org/AFLB-451/aflb451m890.htm>. Acesso em: 1 dez. 2022.
- DARRIGOL, O. *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. Oxford: Oxford University Press, 2000.

200 anos da força de Ampère: tradução da memória "Sobre a determinação da fórmula que representa a ação mútua entre duas porções infinitamente pequenas de condutores voltaicos"

HOFMANN, J.R. *The great turning point in André-Marie Ampère's research in electrodynamics: a truly "crucial" experiment* (France). 1982. Tese (Doutorado) – University of Pittsburgh, Pittsburgh, 1982.

JACKSON, J.D. *The nature of intrinsic magnetic dipole moments*. Geneva: Cern, 1977. [On-line]. DOI: 10.5170/CERN-1977-017.

MAXWELL, J.C. *A Treatise on electricity and magnetism*. London: Oxford, 1873. v. 2, p. 447.

ROBINSON, M. A history of the electric wind. *American Journal of Physics*, v. 30, p. 366-372, 1962.

TRICKER, R.A.R. *Early electrodynamics: The first law of circulation*. New York: Pergamon, 1965.

WHITTAKER, E.T. *A history of the theories of aether and electricity*. Dublin: Dublin University Press Series, 1910.

WILSON, B. Farther experiments in electricity. *Philosophical Transactions*, v. 51, p. 896-906, 1760.

Recebido em maio de 2022

Aceito em setembro de 2022